Handreichungen des Programms *SINUS an Grundschulen*

Verdeckt und verborgen

Anforderungen beim Übergang vom Mathematikunterricht der Grundschule zum Mathematikunterricht am Gymnasium

Uwe Gellert

SINUS an Grundschulen

Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

Mathe

Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Impressum

Uwe Gellert
Verdeckt und verborgen. Anforderungen beim Übergang vom Mathematikunterricht der Grundschule zum Mathematikunterricht am Gymnasium

Publikation des Programms *SINUS an Grundschulen*
Programmträger: Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) an der Universität Kiel
Olshausenstraße 62
24098 Kiel
www.sinus-an-grundschulen.de

Projektleitung: Prof. Dr. Olaf Köller
Projektkoordination: Dr. Claudia Fischer
Redaktion u. Realisation dieser Publikation: Brigitte Dedekind, Tanja Achenbach
Kontaktadresse: info@sinus-grundschule.de

ISBN: 978-3-89088-206-2

Nutzungsbedingungen

Uwe Gellert

Verdeckt und verborgen.

Anforderungen beim Übergang vom Mathematikunterricht der Grundschule zum Mathematikunterricht am Gymnasium

Die Problematik

Übergänge zwischen Stufen im Bildungsgang stellen immer eine besondere Herausforderung dar. Die Lernenden müssen sich in eine neue Praxis einfinden und auch darin, wie man diese mitgestalten kann. Für Lehrende gilt es, die neue Lehr-Lern-Praxis in ihrer Andersartigkeit herauszustellen und gleichzeitig die Eingewöhnung zu erleichtern und Anschlüsse herzustellen. Dies sind Anforderungen, die antagonistischen Prinzipien folgen und die daher nie vollkommen erfüllt werden können.
Beim Übergang vom Mathematikunterricht der Grundschule zum Mathematikunterricht am Gymnasium betreffen diese Herausforderungen mindestens drei Personengruppen (auf die Gruppe der Eltern oder Erziehenden soll hier nicht eingegangen werden): Zunächst die Schülerinnen und Schüler, die, den Mathematikunterricht der Grundschule gewohnt, sich nun in eine gymnasiale Form von Mathematikunterricht einfinden und veränderten Leistungs- und Verhaltenserwartungen genügen müssen; zweitens die Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer an den Gymnasien, die diese Einfindung gestalten; und drittens die Grundschullehrkräfte, die diesen Übergang in unterschiedlicher Weise antizipieren. Für die Lehrerinnen und Lehrer der Grundschule und des Gymnasiums gilt dabei, dass die Gestaltung des Einfindens und die Antizipation des Übergangs nur dann gelingen können, wenn die je andere mathematische Unterrichtspraxis in ihrer Andersartigkeit bekannt ist. Aber worin unterscheiden sich diese Praxen?

Bitte notieren Sie in Stichworten Ihre Einschätzung zur Frage, worin sich der Mathematikunterricht der 5. Klasse im Gymnasium von dem der 4. Klasse der Grundschule unterscheidet.

Systematische Beschreibung der Unterschiede

Die Unterschiede zwischen der mathematischen Unterrichtspraxis am Ende der Grundschulzeit und am Beginn des Gymnasiums lassen sich in drei Kategorien beschreiben:

1. Unterschiede auf der Ebene der Wissensform: Kinder und Jugendliche am Gymnasium werden in eine Schulmathematik eingeführt, die sich von der Mathematik anderer Schulformen faktisch abhebt. Es wird dabei einem Bildungsideal gefolgt, das sich stärker als in anderen Schulformen an der Ausformung mathematischer Kreativität, der Selbstständigkeit des mathematischen Denkens und der Systematik des (akademischen) Fachs Mathematik orientiert.
2. Unterschiede auf der Ebene des Unterrichtsdiskurses: Schulischer Mathematikunterricht rekurriert prinzipiell auf zwei spezifische Diskurse, die als *Mathematik als Wissenschaftsdisziplin* und als *außerschulisches Weltwissen* bezeichnet werden können. Beide Diskurse und die ihnen zugrunde liegenden Wissensformen und spezifischen Kompetenzen werden nicht unangepasst übernommen. Es erfolgt immer eine Anpassung an die Ziele von Schule und Unterricht. Auch wenn, erstens, Teile des schulmathematischen Curriculums (besonders im Gymnasium) stark einer mathematischen Systematisierung folgen, so hat das unterrichtete mathematische Wissen dennoch eine didaktische Systematisierung erfahren. Etwa werden die negativen Zahlen in der Schule in der Regel *nach* den Bruchzahlen thematisiert und es erfolgt zunächst keine Einbettung der natürlichen Zahlen in die ganzen Zahlen und nachfolgend der ganzen Zahlen in die rationalen Zahlen. Zweitens werden im Mathematikunterricht das Weltwissen, die Welterfahrung und das außerschulische Leben stets unter einem mathematischen Blickwinkel betrachtet, der »der Welt« eine mathematische Struktur gleichsam überstülpt und »die Welt« der mathematischen Sicht unterordnet. Das Weltwissen erscheint aus seinem ursprünglichen Praxiskontext gelöst und innerhalb einer neuen Ordnung, der Schulmathematik, in weiten Teilen unsystematisch eingepasst, und zwar auch in der Grundschule. Die Adaptierung und Balancierung dieser beiden Diskurse erfolgt im gymnasialen Mathematikunterricht und im Mathematikunterricht der Grundschule auf verschiedene Weise.
3. Unterschiede auf der Ebene der Leistungsbewertung: Leistungsbewertungen stellen gleichsam das zentrale Steuerungsprinzip des Unterrichts dar. Da Lernende prinzipiell nur bedingt Einsicht darin haben, welches mathematische Wissen ihnen im schulischen Mathematikunterricht zu vermitteln gedacht wird, ermöglicht ihnen die kontinuierliche Bewertung ihrer Unterrichtsbeiträge eine Annäherung an diese Intentionen. Leistungsbewertungen stellen für die Schülerinnen und Schüler somit den Schlüssel zur erfolgreichen Teilhabe an der Praxis Mathematikunterricht dar. Beim Vergleich des Mathematikunterrichts der unterschiedlichen Schulformen und -stufen zeigt sich, dass im gymnasialen Mathematikunterricht veränderte Leistungskriterien gelten und dass diese in einer veränderten Form den Schülerinnen und Schülern offenbart werden.

Ein besonderes Beispiel aus dem Mathematikunterricht des Gymnasiums

Im Folgenden werden exemplarisch Realisierungen der Unterschiede des Mathematikunterrichts am Ende der Grundschulzeit und am Anfang des Gymnasiums auf den drei beschriebenen Ebenen untersucht. Dazu wird auf das Datenmaterial aus einem interna-

tionalen Forschungsprojekt zurückgegriffen, in dem die interaktiven Mechanismen bei der Markierung von Leistungsdifferenzen im Mathematikunterricht beim Übergang in weiterführende Schulen untersucht werden.[1] Damit soll keineswegs suggeriert werden, dass der Mathematikunterricht an Gymnasien stets und zwangsläufig einem solchen Muster folgt; die Eigenheiten des gymnasialen Mathematikunterrichts, im Kontrast zur (ebenfalls durchaus variantenreichen) Praxis des Mathematikunterrichts an Grundschulen, lassen sich hier jedoch prägnant herausarbeiten.
Aus diesem Datenmaterial wird hier eine Unterrichtsstunde herausgegriffen, die in besonderer Weise für den Übergang in die Praxis des Mathematikunterrichts an Gymnasien steht. Es handelt sich bei dieser Stunde um die erste Unterrichtsstunde einer fünften Gymnasialklasse nach den Sommerferien, am Beginn des neuen Schuljahrs. Die Schülerinnen und Schüler sind in einer neuen Lernumgebung und Lerngruppe versammelt. Der Lehrer und die Klasse kennen sich noch nicht; einige Kinder sind einander bekannt, da sie gemeinsam eine Grundschulklasse besucht haben. Diese erste Unterrichtsstunde des Schuljahrs beginnt der Lehrer unmittelbar dadurch, dass er den Schülerinnen und Schülern die Regeln eines Strategiespiels für zwei Spieler offenbart, in dem es darum geht, beim abwechselnden Zählen von eins aus zuerst »zwanzig« aussprechen zu können, wobei bei jedem Zählschritt eine Zahl übersprungen werden kann. (Im Transkript kennzeichnet das Zeichen »>« sich überlappende Redebeiträge.)

Lehrer	Ja, also ihr seid die berüchtigte 5b, äh, hab schon was von euch gehört allerhand, und wollt jetzt euch so ein bisschen testen. Mach ich immer, ob ihr auch bis zwanzig zählen könnt. *[Schüler lachen.]* Also, das ist ja grundsätzliche Voraussetzung, um hier her zu kommen, bis zwanzig zu zählen. So, denn wollt ich mal fragen, wer traut sich denn zu, bis zwanzig zu zählen? *[Schüler melden sich, lachen.]* Okay, ja, du bist die?
Nicole	Nicole
Lehrer	Nicole, okay, also du traust dir zu, bis zwanzig zu zählen.
Nicole	Ja.
Lehrer	Dann würde ich das gerne mal hören.
> Nicole	Gut, eins zwei dr
> Lehrer	Zwei, ach so, Entschuldigung, ich hab ganz vergessen zu sagen, wir zählen abwechselnd, ja?
Nicole	Okay.
Lehrer	Ja? Wollen wir noch mal anfangen?
Nicole	Ja, eins.
Lehrer	Zwei.
Nicole	Drei.
Lehrer	Fünf, ach, hab ich auch wieder vergessen. *[Schüler lachen.]* Ähm, man darf eine Zahl überspringen, ne? Also, wenn ich, wenn du sagst, drei, dann darf ich die Vier überspringen und kann gleich fünf sagen.
Nicole	Okay.
Lehrer	Mhm, wollen wir noch mal anfangen?

1 Informationen zum Forschungsprojekt sind unter www.acadiau.ca/~cknippin/sd/index.html zu finden. (Seitenaufruf 8. Juli 2010)

Nicole	Hm, eins.
Lehrer	Zwei.
Nicole	Drei.
Lehrer	Fünf.
Nicole	Sechs.

Beide »zählen« gemäß den Regeln weiter. Der Lehrer gewinnt und fragt in die Klasse, ob es »hier andere Kandidaten gibt, die bis zwanzig zählen können«.

Bei dieser Aktivität geht es freilich nicht darum, bis 20 zählen zu können. Es handelt sich um ein Strategiespiel, bei dem die Person, die anfängt (die also mit 1 oder 2 beginnt), immer gewinnen kann – wenn sie die Gewinnstrategie anwendet. Versuchen Sie bitte zunächst, allein oder zu zweit, diese Gewinnstrategie herauszufinden. Ein Hinweis: Meist hilft es, sich Überlegungen und Spielabläufe zu notieren.

In den nächsten sieben Minuten verlieren nach und nach acht weitere Schülerinnen und Schüler gegen den Lehrer und es entwickelt sich eine Wettkampfatmosphäre der Art »wir gegen den Lehrer«, was vom Lehrer forciert wird.
Der zehnte Schüler, Hannes, hat sich Notizen angefertigt, auf die er beim »Zählen« gegen den Lehrer zurückgreift – und gewinnt. Nachdem Hannes »zwanzig« gesagt hat, schließt sich die folgende Passage an:

Lehrer	Ja, prima. *[Schüler applaudieren.]* Hast du dir das gerade aufgeschrieben oder hast du das schon dabei gehabt? Wusstest du, dass du heute
Hannes	Ich hab geguckt, welche Zahlen du immer nimmst.
Lehrer	Aha. Du hast dir das gemerkt, ja, habt ihr das gemerkt oder welchen Trick er jetzt drauf hatte?
Torsten	Ja, deinen Trick.
Lehrer	Ja, ja, was ist denn da der Trick dabei?

Hannes wird in dieser Szene vom Lehrer gelobt und anschließend gefragt, wie er zu seinen Aufzeichnungen gekommen sei. Anscheinend hat er in den vorangegangenen Durchläufen erkannt, dass der Lehrer immer wieder die gleichen Zahlen ausspricht, und sich diese Zahlen notiert, um sie dann gleichsam gegen den Lehrer einzusetzen. Wieso diese Zahlen zum Gewinn führen, ist noch unklar. Konsequenterweise bezeichnet der Lehrer die Gewinnstrategie an dieser Stelle als einen Trick.
Nachdem der Lehrer im Gespräch mit der Klasse die »Gewinnzahlen« 17, 14, 11, 8, 5 und 2 (vom Lehrer als »die wichtigsten Zahlen« bezeichnet) von der 20 aus rückwärts gehend erarbeitet und diese an die Tafel schreibt, ohne jedoch sicher zu stellen, dass die sich nicht am Gespräch beteiligenden Schülerinnen und Schüler die Gewinnstrategie verstanden haben, variiert er das Zählspiel und weist die Kinder an, in Partnerarbeit eine neue Gewinnstrategie zu identifizieren. Die Spiel-Variation besteht darin, dass nun auch zwei Zahlen übersprungen werden dürfen.

Versuchen Sie auch für diese Variante, die Gewinnstrategie zu finden. Entwickeln Sie dann bitte eine Darstellung, um die Gewinnstrategie anderen mitteilen zu können. Hinweis: Das Rückwärtsarbeiten erweist sich auch hier als zielführend.

Nach zehn Minuten beendet der Lehrer die lebhafte Partnerarbeit (während der viele mehr damit beschäftigt sind, ihren Partner oder ihre Partnerin zu besiegen, als mit ihm gemeinsam im Spiel die Gewinnstrategie zu identifizieren) und fordert die Schülerinnen und Schüler auf, gegen ihn zu »spielen«. Die ersten sechs verlieren gegen den Lehrer, bevor es dem siebten Kind, Lena, gelingt, zu gewinnen. Nachdem Lena »zwanzig« gesagt hat, schließt sich die folgende Passage an:

Lehrer	Ja, gut. *[Schüler applaudieren.]* Gut, dann wollen wir noch mal die anderen jetzt gar nicht auf die Folter spannen, Lena, erzähl mal, wie hast du, was hast du herausgefunden, was ist bei diesem Spiel wichtig?
Lena	Ja, also, wir haben das zu zweit herausgefunden.
Lehrer	Ja.
Lena	Wir haben die vier wichtigsten Zahlen herausgekriegt, also, außerdem muss der andere anfangen, damit man gewinnt.
Lehrer	Wollen wir mal von hinten anfangen?
Lena	Von hinten? Nee.
Lehrer	Nee? Okay, dann sag mal.
Lena	Okay, ähm, also wenn der andere anfängt, dann muss er eins, zwei oder drei sagen, dann kann man immer vier sagen. *[Lehrer schreibt 4 an die Tafel.]* Wenn der andere fünf, sechs oder sieben sagt, dann kann man acht sagen. *[Lehrer schreibt 8 an die Tafel.]* Und wenn der andere neun, zehn oder elf sagt, dann kann man zwölf sagen. *[Lehrer schreibt 12 an die Tafel.]* Und wenn der andere dreizehn, vierzehn oder fünfzehn sagt, dann kann man sechzehn sagen. *[Lehrer schreibt 16 an die Tafel.]* Und dann kann der andere ja siebzehn, achtzehn oder neunzehn und dann kann ich zwanzig sagen.
Lehrer	Ja, prima. Ja, was ich besonders prima finde ist, du hast ja, ich habe nur gefragt, was sind die wichtigen Zahlen, aber du hast automatisch das gleich super erklärt. Ja, also, das ist schon ganz prima. Also, oft sagt man nur das Ergebnis, das Ergebnis ist, einige trauen sich nicht, aber du hast das gleich freiwillig erklärt. So wünsche ich mir das. Okay, so, und du hast auch schon gesagt, diesmal ist es nicht der, der anfängt, sondern der zweite, der gewinnt, wenn er es richtig macht. Ja, okay.

Ebene 1: Unterschiede auf der Ebene der Wissensform

Das Unterrichtsbeispiel illustriert, wie Mathematikunterricht am Gymnasium als eine *spezielle* kognitiv anspruchsvolle und herausfordernde Praxis vorgestellt wird, an der nicht alle Schülerinnen und Schüler im gleichen Maß erfolgreich teilhaben können. Der Lehrer verzichtet darauf, sich in Form etwa von stofflichen Wiederholungen einen Überblick darüber zu verschaffen, wie sicher die Kinder mathematische Inhalte der Grundschulzeit beherrschen. Stattdessen inszeniert er in der Unterrichtsstunde ein mathematisches Problem, das als solches nur mittelbar einen Bezug zu den mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler herstellen kann. Gymnasiale Mathematik wird dabei als eine Problemlöseaktivität präsentiert und als ein Leitbild für die Klasse wird der »junge Mathematikforscher« entworfen, auch wenn Routinetätigkeiten und Fertigkeiten im gymnasialen Mathematikunterricht weiterhin von Bedeutung sind. Die Botschaft dieser ersten Mathematikstunde ist jedoch klar: Gymnasiale Mathematik hebt sich von der oft als allgemeine Kulturtechnik bezeichneten Fertigkeit des Rechnens ab. Der Zahlenraum, in dem das mathematische Problem agiert, ist mit der Zielzahl 20 bewusst klein gehalten; die Beherrschung der arithmetischen Operationen spielt keine unmittelbare Bedeutung bei der Lösung des Problems.
Auch der Mathematikunterricht an Grundschulen stellt sich zunehmend problemorientiert, das heißt hier auch: prozessorientiert, dar. Oft erscheinen die mathematischen Probleme hierbei als Mittel zu dem Zweck, arithmetische Verfahren zu üben oder ein Zahlverständnis oder einen Zahlensinn auszuprägen; manchmal dienen sie der Differenzierung und der kognitiven Aktivierung der »schnellen Rechner«. Der Mathematikunterricht am Gymnasium ist hingegen, zumindest konzeptionell, viel stärker in seinen Intentionen an den typischen Tätigkeiten von wirklichen Mathematikern ausgerichtet – auch wenn in der Unterrichtsrealität einige Schülerinnen und Schüler vor allem Schwierigkeiten zeigen, sich die grundlegenden mathematischen Fertigkeiten anzueignen.
Der skizzierte Unterschied lässt sich als Differenz in den im jeweiligen Unterricht wertgeschätzten Argumentationsformen diskutieren und es sind diese differenten Argumentationsformen, in denen sich der unterschiedliche Charakter des jeweiligen mathematischen Wissens offenbart. Für die Grundschule schreibt Götz Krummheuer[2] dazu Folgendes:

> Die Unterrichtskultur der Grundschule ist narrativ geprägt: Inhalte werden häufig in einem erzählenden Stil präsentiert, und die soziale Konstitution unterrichtlichen Lernens äußert sich entsprechend in Modellen der Partizipation an Erzählsituationen. Dies trifft auch auf den Mathematikunterricht zu [...]. In der Unterrichtskultur der Grundschule scheint es [...] häufig so zu sein, daß in Phasen des Unterrichtsverlaufs, in dem man [...] Explikationen und Argumentationen erwartet, häufig eine Geschichte hervorgebracht wird. Sie übt offenbar in solchen Momenten auch eine argumentative Funktion aus, indem sie z. B. die Rationalität einer bestimmten Handlungssequenz darlegt. Gerade dieser argumentative Aspekt unterrichtlicher Narrativität wird als der wesentliche Faktor für die Ermöglichung von Lernen in der Grundschule angesehen.

Die Argumente, welche die Schülerinnen und Schüler narrativ hervorbringen, werden als substanziell bezeichnet, denn sie zielen darauf, die angesprochene Person (Lehrkraft und / oder Mitschüler und Mitschülerin) von der Sinnhaftigkeit des eigenen Vorgehens möglichst weitgehend zu überzeugen. Logisch betrachtet, geben die Argumente dem

2 Krummheuer, Götz (1997). *Narrativität und Lernen. Mikrosoziologische Studien zur sozialen Konstitution schulischen Lernens.* Weinheim: Deutscher Studien Verlag. S. 11-13.

Gespräch Substanz, führen immer neue Beweggründe an und spiegeln eine Logik der Entdeckung wider. Dieses Vorgehen steht in einem Spannungsverhältnis zur argumentativen Logik von (akademischer) Mathematik. In der Mathematik als der Zielform gymnasialer Schulmathematik zählen substanzielle Argumente wenig. Gültige Argumente sind hier analytischer Art in dem Sinn, dass mit ihnen der logische Zusammenhang von Aussagen expliziert wird. Dies spiegelt die deduktive Logik mathematischer Theorie. In der obigen Unterrichtspassage wird dies etwa an der Stelle angebahnt, in der der Lehrer die Schülerin Lena fragt, ob sie ihre Erklärung »von hinten« anfangen könne. Dieser Vorschlag kann bezwecken, eine narrative Erzählstruktur (der Art »so habe ich gegen meine Partnerin gewonnen«) zugunsten der Nennung analytischer Argumente aufzubrechen.

Der wesentliche Unterschied zwischen dem vermittelten und angeeigneten mathematischen Wissen der Grundschule und des Gymnasiums liegt in der Form der erwarteten Erklärungen, Begründungen und Argumentationen. Man kann die Differenz zwischen substanziellen und analytischen Argumenten aber auch als den Grad der Ablösung von konkreten Kontexten begreifen. Diese konkreten Kontexte haben für die Grundschulmathematik eine andere Bedeutung als für die gymnasiale Mathematik. Zwar wird auch im gymnasialen Mathematikunterricht dem Postulat des Realitätsbezugs (»Anwendungsorientierung«, »mathematische Modellierung«) der Mathematik gefolgt. Dies geschieht jedoch vor allem aus dem Grund, für die Schülerinnen und Schüler die Schulmathematik »lebendig« werden zu lassen, ihnen einen (nicht immer stimmigen) Eindruck von der Bedeutung der Mathematik für unsere mathematisierte Gesellschaft zu vermitteln oder grundlegende Modellierungskompetenzen anzubahnen. Diese Gründe haben, zumindest tendenziell, auch für den Mathematikunterricht an Grundschulen Bedeutung. Anders aber als am Gymnasium ist der mathematische Grundschulunterricht aus prinzipiellen Überlegungen gezwungen, an konkreten Kontexten aus dem Leben der Schülerinnen und Schüler anzusetzen. Sich Wissen anzueignen, bedeutet, es in Beziehung zu bereits bekanntem Wissen zu setzen. Es gibt kein Wissen ohne Referenz. Da Grundschülerinnen und Grundschüler anfangs auf keinerlei systematischem mathematischen Wissen aufbauen können – Heinrich Bauersfeld spricht davon, dass mathematisches Wissen zunächst an subjektive Erfahrungsbereiche[3] gebunden ist –, müssen andere Referenzkontexte gesucht und in dem Erfahrungsschatz von Schulanfängerinnen und -anfängern gefunden werden. Im gymnasialen Mathematikunterricht spielen konkrete Kontexte dieser Art nur eine untergeordnete Rolle. Neues mathematisches Wissen wird an bereits bekanntes mathematisches Wissen angeknüpft – zumindest wird dies versucht. Gymnasiale Mathematik stellt sich auf diese Weise als fortschreitendes Abstrahieren dar: Die Begriffe, Strukturen und Ideen der Gymnasialmathematik beziehen sich in fortschreitendem Maße nicht mehr auf die Phänomene der konkreten Welt; sie dienen als Mittel zur Schaffung einer Ordnung für jene Phänomene, die bereits mathematischer Art sind.

Für den außenstehenden Betrachter mag der Qualitätsunterschied zwischen substanziellen und analytischen Argumenten auf der Hand liegen. Auch mag schnell verständlich sein, warum in der Grundschule und am Gymnasium einer je spezifische Wis-

3 Bauersfeld, Heinrich (1983). *Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens.* In: ders. et al. (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik* (S. 1-56). Köln: Aulis Verlag Deubner.

sens- und Argumentationsform Präferenz zugesprochen wird. Für Schülerinnen und Schüler jedoch kann der Übergang vom Mathematikunterricht der Grundschule in den gymnasialen Mathematikunterricht eine erhebliche Verunsicherung und wortwörtliche Desorientierung darstellen, wenn ihre Beiträge zum Unterricht nicht mehr die Legitimation erfahren, die die Kinder gewohnt sind. Ein Gespür für die Qualität der Neuartigkeit des gymnasialen mathematischen Wissens zu entwickeln, stellt eine besondere Herausforderung für Schülerinnen und Schüler beim Übergang von der Grundschule zum Gymnasium dar, insbesondere wenn der Übergang in vielen anderen Aspekten eher kontinuierlich zu gestalten versucht wird (vergl. dazu die folgende Passage[4] vom Ende des vierten Schuljahres).

Die besonderen Ausdrücke

In der Unterrichtsstunde führt die Lehrerin offiziell die Fachtermini Addition, Subtraktion, Subtrahend etc. für die Elemente der vier Grundrechenarten ein.

Schüler	Frau Ilgner, wieso lernen wir so was, obwohl wir nur noch zwei Wochen haben?
Lehrerin	Weil ihr das in der fünften Klasse wissen müsst. Das wird vorausgesetzt. Und wenn du es nicht kannst, dann hast du Pech gehabt. Dann reden die von Sachen, die du nicht kennst und deshalb.

Wohl ist die Kenntnis mathematischer Fachausdrücke für die erfolgreiche Teilnahme am gymnasialen Mathematikunterricht nicht unbedeutend. Im Gegensatz zu der Verschiebung auf der Ebene der Argumentationsform lassen sich eventuell fehlende Kenntnisse hier jedoch vergleichsweise leicht nacharbeiten, da sie klar und deutlich benannt werden können.

Ein mathematischer Grundschulunterricht, der die Schülerinnen und Schüler für die stärker fachmathematische Argumentationsform am Gymnasium stark macht, kann sich dadurch auszeichnen, dass er analytische Argumentationen vorbereitet. Dies kann ganz explizit dadurch geschehen, dass die Kinder einige sprachliche Muster kennen und gebrauchen lernen. Narrative Argumentationen zeichnen sich häufig dadurch aus, dass sie durch Redewendungen der Art »dann habe ich das gemacht und dann habe ich das gerechnet und dann kam das heraus ...« strukturiert werden. Diese Art der Argumentation erhebt keinen universellen Anspruch, sondern bleibt individuell und kontextgebunden. Im Gegensatz dazu formulieren Argumentationen der Art »wenn ich dies tue, dann muss jenes resultieren ...« oder »um dies zu bekommen, muss man jenes tun ...« einen Anspruch auf Verallgemeinerung und lösen sich dabei vom spezifischen Kontext des einzelnen Kindes. Sie erzwingen damit gleichsam genau die Abstraktion, die der gymnasiale Mathematikunterricht anstrebt.

Zur Veranschaulichung blättern Sie bitte zu Lenas Erklärung der Gewinnstrategie zurück. In Lenas Argumentation dominiert die analytische Form (»wenn der andere ..., dann kann man ...«). Alternativ hätte Lena auch wie folgt erklären können: »Lara (ihre Spielpartnerin) hat mit 2 angefangen, dann habe ich 4 gesagt, dann hat Lara 7 gesagt und ich 8. Daraufhin hat Lara 9 gesagt und ich konnte 12 sagen ...«. Diese Argumentation ist narrativ gehalten und lässt (auch für die anderen Schülerinnen und Schüler)

4 Adaptiert aus: Schütte, Marcus (2009). *Sprache und Interaktion im Mathematikunterricht der Grundschule.* Münster: Waxmann. S. 140-143.

nicht erkennen, ob Lena eine Einsicht in den prinzipiellen, verallgemeinerten Charakter ihrer Strategie gewonnen hat oder eben lediglich ein singuläres, wenn auch vielleicht nicht zufälliges, Spielgeschehen nacherzählt.

Ein Beispiel aus einer 4. Klasse: Die Lehrerin schreibt die Ziffern 9, 8, 7, 6, 5 und 4 an die Tafel und stellt als Aufgabe, die Ziffern so zu zwei dreistelligen Zahlen zusammenzustellen, dass deren Differenz a) möglichst groß und b) möglichst klein ist.
Ein Schüler löst die Aufgabe wie folgt:

a) $\begin{array}{r} 987 \\ -\ \underline{456} \\ 531 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 987 \\ -\ \underline{654} \\ 333 \end{array}$

Er begründet sein Vorgehen im Teil b): »Ich habe die Zahl, die ich abziehe, möglichst groß gemacht.«
Bitte finden Sie das korrekte Ergebnis für b) und formulieren dafür dann eine analytische Argumentation.

Ebene 2: Unterschiede auf der Ebene des Unterrichtsdiskurses

Die kognitiv anspruchsvollen mathematischen Handlungen, die gymnasialer Mathematikunterricht, wie im obigen Beispiel, für die Schülerinnen und Schüler entwirft, stellen sich in der gymnasialen Unterrichtspraxis nicht immer als transparent dar. Der gymnasiale Mathematikunterricht gleicht einem »Wolf im Schafspelz«. So erweckt gymnasialer Mathematikunterricht häufig den Anschein, er würde an Alltagshandlungen, am Weltwissen und an außerschulischen Erfahrungen anknüpfen. Dies kann in Form so genannter »eingekleideter Aufgaben« oder »Modellierungsaufgaben« geschehen; im vorliegenden Beispiel ist der Alltagsbezug subtiler. Der Lehrer inszeniert ein Wettkampfspiel, in dem die eine Partei, der Lehrer selbst, die Gewinnstrategie kennt, und in dem die andere Partei, die Klasse 5b, dem Lehrer erst auf die Schliche kommen muss. Dabei wird die gemeinsame Aktivität vom Lehrer als ein Spiel bezeichnet. Im Unterrichtsverlauf zeigt sich jedoch, dass die Bedeutung von Alltagserfahrungen für die erfolgreiche Teilnahme am Unterricht beschränkt ist. Wie aus den unterschiedlich enthusiastischen Rückmeldungen des Lehrers an Hannes und Lena rekonstruiert werden kann, ist es zwar durchaus erfreulich, wenn jemand aus der Klasse einen Trick findet, den Lehrer zu besiegen; aber erst Lenas mathematische Erklärung erhält ein überschwängliches Lob: »So wünsche ich mir das.« Was im Alltag als passend und erfolgreich gilt, nämlich den Trick im Trickspiel zu kopieren, zählt im Mathematikunterricht nur wenig. Dort gilt es, eine mathematische Analyse des Trickspiels vorzunehmen und die Wirkungsweise der Gewinnstrategie in einer möglichst mathematischen Sprache aufzudecken. In Alltagssituationen verliert ein Trickspiel, dessen Trick allen bekannt ist, das Interessante und man vermeidet, dass sich der Trick allen Anwesenden erschließt. Im Gegensatz dazu geht es im Mathematikunterricht gerade darum, dass letztlich alle die Gewinnstrategie in einer mehr oder weniger formalen Sprache kommunizieren können. Im Unterrichtsdiskurs des gymnasialen Mathematikunterrichts erfolgt eine (im Vergleich zur Praxis des Grundschulmathematikunterrichts) rigorose Unterordnung von Alltagshandlungen unter mathematische Prinzipien und Strukturen.

Mit der im Vergleich zur Grundschule weitgehenden Dominanz mathematischer Prinzipien und Strukturen über Alltagshandlungen, Weltwissen und außerschulische Erfahrungen im gymnasialen Unterrichtsdiskurs verschieben sich die Kriterien für die erfolgreiche Teilnahme am Mathematikunterricht (siehe dazu auch den unten stehenden Unterrichtsausschnitt zu Elementarereignissen). Dem gymnasialen Unterrichtsdiskurs ist eigen, dass er sich zwar durchaus als kolloquial und jeder und jedem zugänglich gibt; für die Schülerinnen und Schüler ist ein ähnliches sprachliches Verhalten jedoch riskant, denn es wird in der Regel vonseiten der Lehrkraft etwas anderes erwartet. Im dargestellten Unterrichtsausschnitt erinnert der Lehrer an einen Showmaster und es entsteht tatsächlich eine Wettkampfsituation der Art »alle gegen einen«. Doch diese aus Fernsehshows vertraute Situation trügt insofern, als von den Schülerinnen und Schülern ein Antwortverhalten[5] erwartet wird, dass mathematisch gerahmt ist: Auch wenn der Lehrer von einem Spiel und einem Trick redet, wird von den Schülerinnen und Schülern unausgesprochen verlangt, in einer für den Mathematikunterricht typischen Weise zu antworten. Gleichwohl wird diese Erwartung oft nicht expliziert. Es wird vom Lehrer gar mit der Ambivalenz und Unklarheit der Situation einer ersten Unterrichtsstunde der neuen Lerngruppe nach den Sommerferien »gespielt«. Für die Klasse ergibt sich somit die Anforderung, zu dekodieren, was der Lehrer bezweckt: Geht es um ein informelles, unterhaltsames und doch herausforderndes gegenseitiges Kennenlernen oder gilt es, sich an anderen Kriterien zu orientieren?

»Elementare Ereignisse« im Mathematikunterricht einer 5. Klasse

L: ... Wenn ich jetzt folgendes sage: Würfle eine Zahl kleiner eins?
S: ... geht nicht!
L: Aber auch das ist ein Ereignis! Allerdings, wie du jetzt schon richtig gesagt hast, dieses Ereignis ...
S: ... geht nicht! ... Geht nicht!!
L: Ja. Wie würden wir das jetzt mit einem Adjektiv versehen?
S: ... sicher, ...
S: ... das unsichere Ereignis.
L: Das unsichere? Wir wollen einfach sagen, das unmögliche Ereignis. Und jetzt meine Frage: Was ist das eigentlich für eine Teilmenge, wenn ich vom unmöglichen Ereignis spreche?
S: Das geht ja gar nicht!

Der Unterschied zwischen der mathematischen Unterrichtspraxis an Grundschulen und der an Gymnasien ist hinsichtlich ihrer Wertschätzung von Alltagspraxis und Welterfahrung erheblich. Im mathematischen Grundschulunterricht stellen das Alltagswissen und die Alltagserfahrung für die Schülerinnen und Schüler legitime Ressourcen dar und der Unterrichtsdiskurs ist auf den narrativen Charakter des Erklärens und Erzählens abgestimmt. Dies passt zusammen: Da in einer Weise erzählt und erklärt wird, die dem außerschulischen Alltag ähnlich ist, sind die Alltagserfahrungen und das Weltwissen konstitutive Bestandteile des Diskurses. Im Gegensatz dazu weisen die analytischen Argumente und die Begründungs- und Beweisformen des gymnasialen Mathematikunterrichts gleichsam selbstreferentiell in die Mathematik zurück. Eine neu erworbene mathematische Erkenntnis lässt sich in dieser Praxis nur durch den Verweis auf eine bereits bekannte oder als bekannt vorausgesetzte *andere mathematische* Einsicht begründen.

5 Das nebenstehende Beispiel ist entnommen aus: Steinbring, Heinz (1998). *Mathematikdidaktik: Die Erforschung theoretischen Wissens in sozialen Kontexten des Lernens und Lehrens.* Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 30(5), S. 161-167. Hier S. 164.

Will die mathematische Unterrichtspraxis an Grundschulen diese Verschiebung der Bedeutung von Welterfahrung und Alltagskompetenz antizipieren und so die zukünftigen Gymnasiastinnen und Gymnasiasten auf die neue und andere Praxis vorbereiten, tut sie gut daran, durchaus Mathematikaufgaben zu stellen, die im Überlappungsbereich von Weltwissen und Mathematikwissen angesiedelt sind. Es ist dann jedoch notwendig, die Unterschiede und die Übergänge von Lösungen auf der Grundlage von Weltwissen und Alltagskenntnis und von mathematischen Lösungen extrem deutlich zu machen. Denn auf diese Weise wird den Schülerinnen und Schülern die Einsicht ermöglicht, dass es überhaupt zwei unterschiedliche (und in unterschiedlichen Kontexten unterschiedlich bewertete) Wissensressourcen gibt. In diesem Sinn können Aufgaben der Art *Ein Bauer hält Hühner und Kaninchen. Zusammen sind es 50 Tiere. Er zählt 140 Beine. Wie viele Hühner hält er, wie viele Kaninchen?* auf die gymnasiale Unterrichtspraxis vorbereiten, wenn im Unterricht der Grad der Authentizität des Umweltbezugs und die Bedeutung des respektiven Alltagswissens explizit thematisiert wird.

Ebene 3: Unterschiede auf der Ebene der Leistungsbewertung

Auf der Ebene der Leistungsbewertung kulminiert gewissermaßen die Problematik des Übergangs von der einen zur anderen mathematischen Unterrichtspraxis. Zur Leistungsbewertung zählen in diesem Rahmen sowohl die Benotung von Klassenarbeiten als auch die vielen unmittelbaren Rückmeldungen der Mathematiklehrerin oder des Mathematiklehrers auf die einzelnen Wortbeiträge der Kinder im Unterricht. Bewertung erfüllt für Lehrkräfte unter anderem die Funktion, den Schülerinnen und Schülern Auskunft über die an sie gestellten Erwartungen und die gewünschte Form ihrer Realisierung zu geben. Leistungsbewertungen verdeutlichen den Lernenden die Kriterien für die erfolgreiche Teilnahme am Unterricht. Sie machen den Schülerinnen und Schülern somit deutlich, was als Schulmathematik verstanden werden soll und wie man sich in einen schulmathematischen Diskurs einbringt. Sie stellen gleichsam einen Maßstab für das schulmathematische Bewusstsein der Lernenden dar.
Selbstverständlich stehen die Schülerinnen und Schüler der Leistungsbewertung nicht passiv gegenüber, sondern passen sich strategisch und aktiv ein. Jürgen Streeck[6] beschreibt dies in den folgenden Worten:

> Der Sprechakt der Bewertung von Redebeiträgen setzt ein Herrschaftsverhältnis zwischen den Diskursteilnehmern voraus und reproduziert es zugleich. [...] Durch die ebenfalls durch Bewertungen bewirkte Abkoppelung des Vollzugs von Sprechakten von den Maximen realer sprachlicher Kooperation wird im Unterricht ein Kommunikationsraum konstituiert, in welchem Schüler eine sekundäre Form der Intentionalität von Sprechen einüben, nicht die des Sich-Vertändigens, sondern die der strategischen Selbstdarstellung, in Konkurrenz untereinander. Sie lernen, ihr eigenes Sprechen als Leistung, als Mittel der Darstellung von Leistungsfähigkeit zu betrachten. Diese zweite, von Bewertungen bewirkte Transformation der Logik des Sprechens trägt damit der zweiten Funktion der Institution Schule Rechnung, der Sortierung von Schülern gemäß ihrer Fähigkeiten.

6 Streeck, Jürgen (1979). *Sandwich. Good for you. Zur pragmatischen und konversationellen Analyse von Bewertungen im institutionellen Diskurs der Schule.* In: Jürgen Dittmann (Hrsg.), Arbeiten zur Konversationsanalyse (S. 235-257). Tübingen: Niemeyer. Hier S. 252.

Diese zweite Funktion der Schule ist der Grundschule und dem Gymnasium gemein. Für die Schülerinnen und Schüler im Übergang von der Grundschule zum Gymnasium findet nun jedoch eine folgenschwere Neupositionierung statt. Da im Gymnasialunterricht institutionell verankert ist, dass aus einer verhältnismäßig leistungshomogenen, zumindest aber leistungsindifferenten Lerngruppe möglichst schnell wieder eine nach Leistung hierarchisierte Lerngruppe gebildet wird, müssen für die erfolgreiche Beteiligung am Mathematikunterricht neue Kriterien angelegt und etabliert werden. Diese neuen Kriterien leiten sich aus der curricularen Entscheidung für eine kognitiv anspruchsvolle, mathematische Kreativität fördernde, analytische Argumente priorisierende Schülertätigkeit ab.

Wie nun werden diese Kriterien expliziert, welchen Zugang erhalten die Schülerinnen und Schüler zu dem neuen Maßstab, an dem sie gemessen werden? Die im oben erwähnten Forschungsprojekt erfolgten Analysen von gymnasialem Mathematikunterricht am Beginn der 5. Klasse verdeutlichen, dass in kürzester Zeit eine Sortierung der Kinder nach Leistung erfolgt. Nach spätestens sechs Wochen können sowohl die Lehrpersonen als auch die Schülerinnen und Schüler ohne zu zögern darüber Auskunft geben, als wie leistungsstark die Einzelnen einzuschätzen sind. Und als leistungsstark werden genau diejenigen qualifiziert, deren Unterrichtsbeiträge den mehr oder weniger expliziten Leistungskriterien genügen.

Die Praxis des permanenten Bewertens im Unterrichtsgespräch zum Schuljahresbeginn, das heißt des sukzessiven Explizierens der Bewertungskriterien, ist im gymnasialen Mathematikunterricht von zwei Merkmalen gekennzeichnet, die miteinander eng in einer funktionalen Beziehung stehen:

1. Die Explizierung von Kriterien erfolgt meist retrospektiv.
2. Leistungsbewertungen erfolgen in der Regel individuell.

In der obigen Unterrichtsszene lässt sich dies rekonstruieren. Der Lehrer setzt die Klasse zunächst nicht davon in Kenntnis, was er als eine optimale Beteiligung am Unterrichtsgespräch und als eine mögliche Problemlösung ansieht. Erst als Lena ihre präzise formulierte, »freiwillig begründende« Antwort präsentiert, lobt der Lehrer: »So wünsche ich mir das.« Der retrospektive Charakter der Kriterienexplizierung bewirkt zum einen eine teilweise generelle, in anderen Teilen aber situationsgebundene Auskunft darüber, was in den nächsten Unterrichtsstunden von den Schülerinnen und Schülern erwartet wird. Zwar erfahren die Kinder, dass unaufgefordert zu begründen sei, aber wie man Begründungen formuliert, bleibt unklar. Der Lehrer sagt, er wünsche es sich so, aber nicht *wie.*

Der retrospektive Charakter der Bewertungen steht in Bezug zur curricularen Ausrichtung des gymnasialen Mathematikunterrichts. Ein Unterricht, der auf die Entwicklung von Problemlösefähigkeiten und auf mathematische Kreativität abzielt, kann die Schülerinnen und Schüler prinzipiell nicht klar und ausführlich vorab darüber informieren, was einen optimalen Schülerbeitrag auszeichnet.

Darüber hinaus haben retrospektive Kriterienexplizierungen in Situationen der »akuten« Leistungsbewertung (»der erste Eindruck zählt«) zur Folge, dass die Bewerteten nur erspüren und erraten können, was von ihnen verlangt wird. Die notwendigen habituellen detektivischen Fähigkeiten können wohl nur in der Grundschulzeit und in der vorschulischen Zeit, meist auch familiär gebunden, erworben worden sein. Dies ist vermutlich eine wesentliche Ursache für den differentiellen Zusammenhang von Bildungsnähe und Schulerfolg.

Das zweite Merkmal gymnasialer Bewertungspraxis zeigt sich besonders deutlich im Kontrast zur Bewertungspraxis an Hauptschulen. Während in ersten Mathematikstunden des fünften Schuljahres an den von uns besuchten Hauptschulen nahezu ausschließlich kollektiv bewertet, gelobt und getadelt wurde (was den inhaltlichen Unterrichtsdiskurs anbelangt, nicht aber das Schülerverhalten), erfolgen die Bewertungen im gymnasialen Mathematikunterricht fast immer direkt und unmittelbar auf den Beitrag einer einzelnen Schülerin oder eines einzelnen Schülers bezogen. Etwa äußert Lena zwar, sie habe ihre Lösung in Zusammenarbeit mit ihrer Sitznachbarin entwickelt, doch die Bewertung des Lehrers richtet sich ausschließlich an Lena. Es wird gleichsam eine auf das Individuum bezogene Rückmeldung über die Passung des Redebeitrags zum Unterricht gegeben, wohl aber auch, um den anderen Schülerinnen und Schülern die gültigen Kriterien der gymnasialen Unterrichtspraxis offen zu legen. Ungeachtet dieser zweiten Funktion bewirkt die auf die individuelle Leistung bezogene Bewertung immer auch eine soziale Positionierung des Individuums innerhalb der Leistungshierarchie des Klassengefüges.
Die Kombination einer retrospektiven und auf das Individuum gerichteten Bewertungspraxis bewirkt eine hohe Selektivität des gymnasialen Mathematikunterrichts. Aus der Sicht der Schülerinnen und Schüler stellt sich diese Selektivität als der unterschwellige Konkurrenzdruck dar, den es zunächst wahrzunehmen gilt und auf den dann, wie oben von Streeck beschrieben, strategisch reagiert wird. Die diskursive Fähigkeit zur Inszenierung von Leistungsfähigkeit wird so zu einem Schlüssel für den erfolgreichen Schulbesuch.

Konsequenzen

Lehrerinnen und Lehrer an Grundschulen werden von der Übergangsproblematik in eine diffizile und in sich widersprüchliche Situation gebracht. Selbst wenn man die Fähigkeit zur Inszenierung von Leistungsfähigkeit als wichtiges strategisches Moment begreift: Ist dies etwa das, was man den Grundschülerinnen und -schülern, gleichsam als Vorbereitung auf die gymnasiale Unterrichtspraxis, vermitteln möchte? Möchte man die Kinder auf eine pädagogische Praxis vorbereiten, die aus guten Gründen kritisiert wird? Ist dies überhaupt möglich oder kann man höchstens die Entwicklung von stabilen Persönlichkeiten mit einem soliden mathematischen Grundschulwissen anstreben, die sich in der weiteren Unterrichtspraxis zu behaupten wissen?
Mit diesen Unsicherheiten und Zweifeln müssen Lehrkräfte wohl teilweise leben. Das Spannungsverhältnis, das sich offenbart, ist prinzipieller, da institutioneller Natur und lässt sich nicht individuell lösen. Es offenbart sich mithin in den jeweiligen Vorstellungen von *Kreativität* im Mathematikunterricht. Während Kreativität in der Grundschule stärker als Ausdruck einer kognitiven und affektiven Individualität verstanden wird, ist im gymnasialen Mathematikunterricht das Attribut kreativ eher auf mathematische Lösungen und Lösungswege bezogen.
Gleichwohl erscheint der Brückenschlag nicht unmöglich. Er erfordert vermutlich eine noch ausgiebigere Beschäftigung mit mathematischen Aufgabenstellungen, denen ein argumentatives Konfliktpotential innewohnt, im Mathematikunterricht der Grundschule. Denn solcher Art Aufgaben zielen auf explizite Argumentationen und verwei-

sen somit auf die Möglichkeit, die Schülerinnen und Schüler auf das mathematische Argumentieren im Gymnasium vorzubereiten, ohne dass den eigenen pädagogischen Überzeugungen und Präferenzen zuwidergehandelt werden müsse. Dies sei abschließend an einem Beispiel dargestellt:

Im Schulbuch findet sich die folgende Aufgabe:
Karin feiert Kindergeburtstag. Sie sitzt mit ihren Geburtstagsgästen am Kaffeetisch. Ihre Mutter hat 12 kleine Törtchen auf den Tisch gestellt. Alle Kinder nehmen sich der Reihe nach Törtchen. Da es Karins Geburtstag ist, darf sie sich als erste ein Törtchen nehmen, dann geht es immer im Kreis weiter, bis keine Törtchen mehr übrig sind. Karin hat Glück: Zufällig bekommt sie auch das letzte Törtchen. Wie viele Gäste sind wohl zu Karins Kindergeburtstag gekommen?
Antwort: Da sich Karin das erste und das letzte Törtchen nehmen konnte, bekamen die Gäste 10 Törtchen. Also waren 10 Kinder als Gäste zu Karins Geburtstag erschienen.

* * *

Ersetzen Sie nun bitte die 12 durch eine 13. Ändert sich etwas? Sind dann 11 Gäste erschienen oder können es auch 5 (oder 3, oder 2) sein? Welche anderen Gästezahlen sind möglich? Und woran liegt es, dass plötzlich die Gästezahl nicht mehr eindeutig bestimmbar ist?

Die veränderte Aufgabe besitzt ein erhebliches Potential für analytische Argumentation. Darüber hinaus gibt sie Anlass, die Grenzen der Authentizität auszutesten: Nehmen immer alle Geburtstagsgäste Törtchen? Wie viele Törtchen kann man »schaffen«? Zählt ein Gast noch als Lösung? Man muss sich in dieser Aufgabe vom authentischen Kontext lösen, will man ihr mathematisches Potential ausschöpfen.
Damit vermehrt mathematisches Argumentieren als Schlüssel für das auf den Gymnasiumsbesuch vorbereitende Lernen im Mathematikunterricht beobachtet werden kann, sind drei Aspekte bedeutsam.

- Erstens erfordert dies die Auswahl von Mathematikaufgaben, bei denen es etwas analytisch zu argumentieren gibt.
- Zweitens gilt es, den Unterricht so zu organisieren, dass Kinder sich veranlasst sehen, immer wieder ihre Überlegungen und Schlussregeln offen zu legen.
- Drittens ist es notwendig, die Lernenden durch geeignete Prozesshilfen in ihrem gemeinsamen Lernen im Mathematikunterricht anzuleiten und zu unterstützen. Dabei gilt es vor allem auch, Situationen und Momente in Lernprozessen zu identifizieren, in denen Argumentationen drohen, implizit und unausgesprochen vollzogen zu werden.

Eine entsprechende Unterrichtspraxis greift die pädagogischen und didaktischen Entwicklungen der Grundschule der letzten 30 Jahre auf und deutet an, welchen Beitrag der mathematische Grundschulunterricht leisten kann, um eine Brücke ins Gymnasium zu schlagen. Damit diese Brücke an Stabilität gewinnen kann, ist nun das Gymnasium gefragt, Unterrichtskonzeptionen zu entwickeln, auf deren Grundlage die in der Grundschule entwickelten Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler wertgeschätzt und nicht, wie in vielen Fällen, systematisch negiert werden.

Literaturverzeichnis

Bauersfeld, Heinrich (1983). *Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens.* In: Ders. et al. (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik (*S. 1-56). Köln: Aulis Verlag Deubner.

Krummheuer, Götz (1997). *Narrativität und Lernen. Mikrosoziologische Studien zur sozialen Konstitution schulischen Lernens.* Weinheim: Deutscher Studien Verlag. S. 11-13.

Schütte, Marcus (2009). *Sprache und Interaktion im Mathematikunterricht der Grundschule.* Münster: Waxmann. S. 140-143.

Steinbring, Heinz (1998). *Mathematikdidaktik: Die Erforschung theoretischen Wissens in sozialen Kontexten des Lernens und Lehrens.* Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 30(5), S. 161-167.

Streeck, Jürgen (1979). *Sandwich. Good for you. Zur pragmatischen und konversationellen Analyse von Bewertungen im institutionellen Diskurs der Schule.* In: Jürgen Dittmann (Hrsg.), *Arbeiten zur Konversationsanalyse* (S. 235-257). Tübingen: Niemeyer.

IPN

Programmträger: IPN, Kiel
Projektleitung: Prof. Dr. Olaf Köller
www.ipn.uni-kiel.de

SINUS an Grundschulen
Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

SINUS an Grundschulen
Projektkoordination am IPN: Dr. Claudia Fischer
Tel. +49(0)431/880-3136
cfischer@ipn.uni-kiel.de
www.sinus-an-grundschulen.de

Ministerium für Bildung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

Programmkoordination für die Länder durch das Ministerium für Bildung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein (MBK)
Dr. Kai Niemann
www.schleswig-holstein.de/MBK/DE/MBK_node.html

DIPF

Serverbetreuung: Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)
www.dipf.de

ISBN für diese Handreichung
978-3-89088-206-2