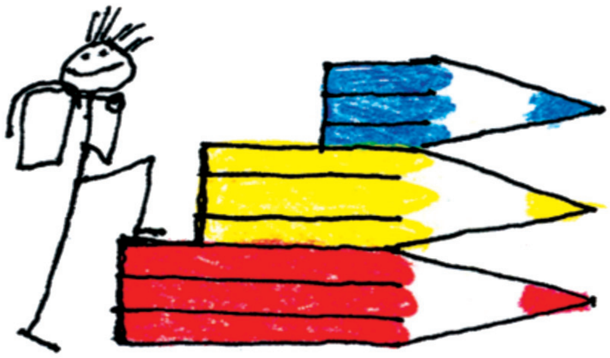
Handreichungen des Programms *SINUS an Grundschulen*

Mathematisches Modellieren in der Grundschule

Katja Maaß

SINUS



an Grundschulen

Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

Mathe

Mathematik

Inhaltsverzeichnis

1 Was versteht man unter Modellieren? 3

2 Modellieren und Sachrechnen 6

3 Warum Modellieren? 7

4 Welche Modellierungsaufgaben gibt es? 8
 4.1 Realitätsgehalt des Kontextes 8
 4.2 Datenlage 9
 4.3 Modellierungsaktivität 10
 4.4 Deskriptive oder normative Modelle in Aufgaben 14
 4.5 Art der Darstellung 14

5 Modellieren von Anfang an? 16

6 Modellieren im Unterricht 17
 6.1 Lernen, Fragen zu stellen 17
 6.2 Die kritische Reflexion am Schluss 18
 6.3 Materialien vorgeben oder nicht? 19

Literatur 20

Impressum

Katja Maaß
Mathematisches Modellieren in der Grundschule

Publikation des Programms *SINUS an Grundschulen*
Programmträger: Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) an der Universität Kiel
Olshausenstraße 62
24118 Kiel
www.sinus-an-grundschulen.de

Projektleitung: Prof. Dr. Olaf Köller
Projektkoordination: Dr. Claudia Fischer
Redaktion u. Realisation dieser Publikation:
Brigitte Dedekind, Verena Hane
Kontaktadresse: info@sinus-grundschule.de

ISBN: 978-3-89088-219-2

Nutzungsbedingungen

Katja Maaß

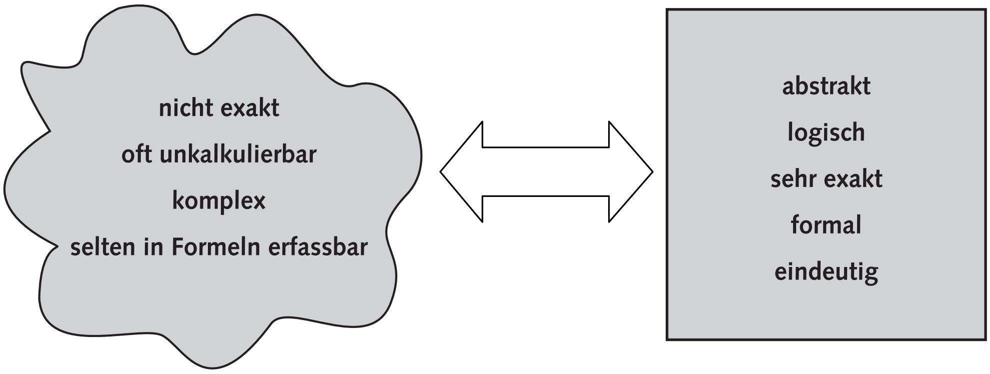
Mathematisches Modellieren in der Grundschule

1 Was versteht man unter Modellieren?

Realitätsbezüge und Sachaufgaben haben in der Grundschule traditionell einen hohen Stellenwert, geht es doch darum, dass die Schülerinnen und Schüler an konkreten Situationen das Zählen und die Grundrechenarten sowie weitere Kenntnisse in Größen und Geometrie etc. erwerben. In den aktuellen Bildungsstandards taucht jedoch bei den allgemeinen mathematischen Kompetenzen der Begriff des Modellierens auf. Ist das nur ein neues Wort für das traditionelle Sachrechnen oder geht es um mehr und etwas grundsätzlich anderes? Was versteht man unter Modellieren?
Betrachten wir dazu zwei Beispiele in ähnlichem Kontext:

- Max will an seinem 8. Geburtstag mit seinen Gästen Schokoküsse essen. Seine Mutter kauft 3 Schachteln mit je 9 Schokoküssen. Wie viele Schokoküsse kann er verteilen?
- Max will an seinem 8. Geburtstag mit seinen Gästen Schokoküsse essen. Wie viele Schachteln muss er mit seiner Mutter einkaufen?

Zweifellos werden in beiden Aufgaben Realitätsbezüge hergestellt. Im ersten Beispiel müssen jedoch nur die beiden Zahlenangaben entnommen und miteinander multipliziert werden. Geübte Schüler beachten hier den Sachkontext kaum noch. Im zweiten Beispiel muss der Kontext ernst genommen werden. Es müssen verschiedene Überlegungen angestellt werden. Wie viele Gäste kommen? Wie viele Schokoküsse isst jeder Gast? Hier muss modelliert werden.
Modellieren bedeutet, komplexe, realistische Probleme mithilfe von Mathematik zu lösen. Der grundlegende Gedanke des Modellierens und damit des Anwendens von Mathematik auf die Realität ist die Erstellung eines Modells. Ein Modell ist eine vereinfachende Darstellung des realen Sachverhaltes, die nur gewisse, für die jeweilige Fragestellung relevante Teilaspekte der Situation berücksichtigt. Ein Modell ermöglicht in den meisten Fällen überhaupt erst, Mathematik auf die Realität anzuwenden, weil die komplexe, nicht exakte, oft unkalkulierbare Realität und die abstrakte, logische, sehr exakte und formale Mathematik nicht ohne weiteres zusammenpassen. Das Modell ermöglicht, die komplexe Realität so zu transformieren, dass sie für die abstrakte Mathematik „greifbar" wird (vgl. Abb. 1).



Modelle werden zu bestimmten Zwecken gebildet. Es gibt Modelle (Henn, 2000), …

- die vorhersagen (z. B. die Wettervorhersage)
- die erklären (z. B. warum Vögel beim Schlafen nicht von der Stange fallen)
- die beschreiben (z. B. wie das Auge aufgebaut ist)
- die vorschreiben (z. B. das Modell für die Einkommensteuerberechnung).

Die ersten drei Arten von Modellen dienen dazu, die Realität genauer abzubilden und werden daher als deskriptiv bezeichnet, das letzte als normativ. Normative Modelle definieren einen Teil der Realität und realisieren damit gewisse Zielvorstellungen des Modellbildners. Beispiele dafür, die auch auf Grundschulniveau erfassbar sind, sind z. B. Eintrittspreise für Schwimmbäder, Vereinsbeiträge, Regeln zum Wahl des Klassensprechers etc. Um von einem realen Problem zu einem Modell und von diesem zu einer Lösung des Problems zu gelangen, durchläuft man einen so genannten Modellierungsprozess (Abb. 2), der vereinfachend als Kreislauf beschrieben werden kann (Abb. 1).

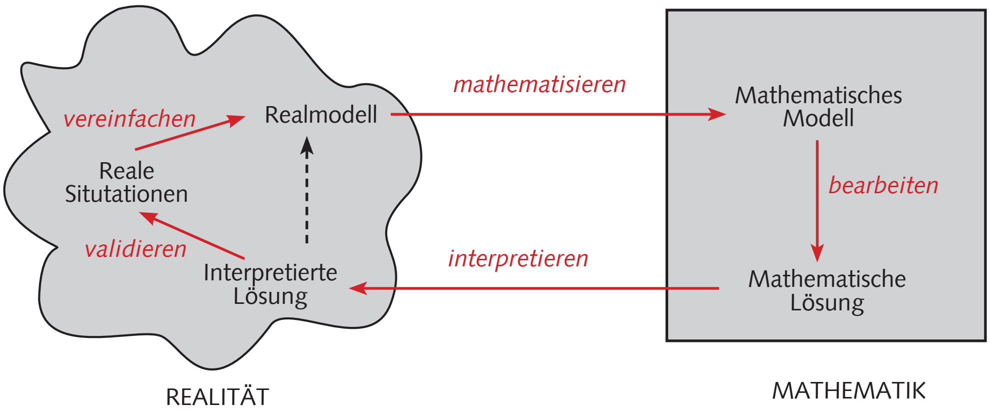


Abb. 1: Kreislaufdarstellung des Modellierungsprozesses (Maaß 2005b).

Die Kreislaufdarstellung des Modellierens (Abb. 1) ist ein vereinfachendes Schema. In den seltensten Fällen wird dieses Schema wie ein Algorithmus durchlaufen. In der Regel wird man zum Beispiel schon bei der Bildung des mathematischen Modells überlegen, inwieweit man überhaupt über die nötigen mathematischen Kompetenzen zur Bearbeitung des Modells verfügt. Oder man bemerkt bereits beim Berechnen, dass das Modell

nicht geeignet ist und sucht nach neuen Möglichkeiten. Insgesamt ist Modellieren ein komplexer Prozess, bei dem immer wieder zwischen verschiedenen Schritten gewechselt wird.
Dieser Prozess soll im Folgenden anhand eines einfachen Beispiels beschrieben werden.

Beispiel	Modellierungsprozess
Ingo meint, dass er zu viel Zeit in der Schule verbringt. „Die meiste Zeit des Jahres sitze ich in der Schule“, seufzt er. Was meinst du dazu?	Ausgangspunkt des Modellierens ist in der Regel eine komplexe problemhaltige Situation, für die man eine Lösung sucht.
Es werden z. B. folgende vereinfachende Annahmen getroffen: • *Es gibt 13 Wochen Ferien im Jahr.* • *In der restlichen Zeit ist man an 5 Tagen für ca. 6 Stunden in der Schule.* • *Feiertage und Schullandheimausflüge werden vernachlässigt.*	Die vorgegebene Situation in der Realität muss zunächst vereinfacht, idealisiert und strukturiert werden. Dadurch entsteht ein Modell der Realität, das sogenannte Realmodell. Das Mathematisieren des Realmodells, also die Übersetzung der Modellbeschreibung aus der Sprache des Alltags in die Sprache der Mathematik führt zum mathematischen Modell. In vielen, insbesondere einfachen Modellierungsbeispielen ist jedoch eine Unterscheidung von Realmodell und mathematischem Modell nur schwer vorzunehmen, da Verwendung von Zahlen oder von geometrischen Formen z.B. direkt zum mathematischen Modell führt. Daher wird der Übergang von der Realität zum mathematischen Modell als ein komplexer Schritt aufgefasst.
Einfache Rechnungen: $(52 - 13) \cdot 5 \cdot 6 = 1170$ $365 \cdot 24 = 8760$	In dem mathematischen Modell können nun heuristische Strategien und mathematische Algorithmen angewendet werden. Man erhält – im Idealfall – eine **mathematische Lösung**.
Ingo verbringt ca. 1170 Stunden pro Jahr in der Schule. Das Jahr hat aber 8760 Stunden. Das sind ungefähr 8-mal so viele Stunden. Ingo verbringt also nicht die meiste Zeit in der Schule.	Dieses Ergebnis muss im Hinblick auf die Realsituation und Fragestellung interpretiert werden. Man erhält die **interpretierte Lösung.**
Das Ergebnis ist nur als Richtwert anzusehen, da es auf stark vereinfachten Annahmen beruht. *Die Größenordnung von 1170 Stunden erscheint jedoch plausibel.* *An dieser Stelle kann man entweder den Lösungsprozess beenden, weil man an einer genaueren Lösung nicht interessiert ist. Man kann aber auch die Annahmen modifizieren und in einem zweiten Ansatz beispielsweise die Schlafzeit abziehen.*	Das Modellieren ist mit der Interpretation noch nicht beendet. Vielmehr muss über die gesamte Modellierung kritisch reflektiert werden, das Ergebnis sollte durch das Vergleichen mit geeigneten Werten **validiert** werden. Erweist sich im Rahmen der Validierung (oder vorher) die gefundene Lösung oder das gewählte Vorgehen als der Realität nicht angemessen, so müssen einzelne Schritte oder auch der gesamte Modellierungsprozess erneut durchgeführt werden, sei es mit veränderten vereinfachenden Annahmen oder mit anderen mathematischen Strategien. Die Entscheidung, welches Vorgehen als geeignet angesehen wird, liegt beim Modellierer, das Modellieren enthält somit eine wesentliche subjektive Komponente.

Neben der obigen Auffassung von Modellieren finden sich in der Literatur noch weitere Konzeptionen. So werden z. B. im Rahmen von PISA auch innermathematische Aufgaben als Modellierungsaufgaben bezeichnet (Klieme, Neubrand, & Lüdtke, 2001), während andere auf die Notwendigkeit authentischer Sachkontexte hinweisen (Kaiser-Meßmer, 1993). Beim Lesen von Texten ist es daher wichtig, sich die Definition des jeweiligen Autors bewusst zu machen. Wie bereits oben deutlich wurde, werden in dieser Handreichung Modellierungsaufgaben mit Realitätsbezügen betrachtet (..).

2 Modellieren und Sachrechnen

Was ist nun der Unterschied zwischen Modellieren und Sachrechnen oder Modellieren und Textaufgaben oder Modellieren und Realitätsbezügen oder …? Das hängt natürlich mit der Definition für die jeweiligen Begriffe ab. Das im Folgenden benutzte Konzept von Modellieren wurde bereits oben vorgestellt. Bezüglich der Begriffe Sachaufgaben, Textaufgaben etc. unterscheiden traditionelle Einteilungen (Franke, 2003) zwischen:

- **Eingekleideten Aufgaben:** Ziel dieser Aufgaben ist das Anwenden von Rechenverfahren. Der Sachkontext ist unwichtig, austauschbar und häufig künstlich.
- **Textaufgaben:** Ziel dieser Aufgaben ist das Erfassen des Zusammenhanges zwischen den angegebenen Zahlen und das Zuordnen einer mathematischen Zeichenreihe (Term oder Gleichung). Die Schwierigkeit liegt im Übertragen der Textstruktur in eine mathematische Struktur. Die Aufgaben erhalten meist genau eine Lösung.
- **Sachaufgaben:** Ziel dieser Aufgaben ist das Mathematisieren von Sachbeziehungen. Die Sachsituation ist hier bedeutsam. Die Mathematik dient als Hilfsmittel, um tiefer in den Sachkontext eindringen zu können.

Ist nun jede Modellierungsaufgabe eine Sachaufgabe? Das hängt natürlich von der gewählten Definition von Modellierungsaufgaben ab. Betrachtet man nur Modellierungsaufgaben mit realistischem Kontext, so ist jede Modellierungsaufgabe eine Sachaufgabe.

Ist jede Sachaufgabe eine Modellierungsaufgabe? Die obige Aufteilung macht zunächst deutlich, dass eingekleidete Aufgaben sowie Textaufgaben sicher keine Modellierungsaufgaben sind. Wie sieht es nun bei den Sachaufgaben aus? Auch das hängt sicher wieder von der genauen Definition ab. Schaut man sich Beispielaufgaben an (Franke & Ruwisch, 2010), so findet man viele Aufgaben, bei denen der Modellierungsprozess durchlaufen werden muss (Beispiel: Weltrekord: Lee Redmond hat Fingernägel der Länge 8,65 m. Die Fingernägel aller Kinder deiner Klasse wären zusammen länger als die von Lee. Kann das stimmen?). Hier handelt es sich also um Modellierungsaufgaben. Allerdings finden sich unter den Sachaufgaben auch einfache Aufgaben wie „Doro kauft 3 Beutel Kartoffeln für 9 €. Was kosten 7 Beutel?“, die nicht als Modellierungsaufgaben, sondern als eingekleidete Aufgaben anzusehen sind.

3 Warum Modellieren?

Es gibt viele verschiedene Gründe, warum mathematisches Modellieren und Sachrechnen im weitesten Sinne Bestandteil des Mathematikunterrichts sein sollte. Bereits Heinrich Winter (1985) formuliert bezogen auf das Sachrechnen folgende Ziele:

- **Sachrechnen als Lernstoff:** Im Vordergrund stehen Methoden zum Gewinnen von Daten (Zählen, Messen, Schätzen), Kenntnisse der Maßsysteme und Verankern von Stützpunktwissen, Methoden zum Darstellen von Daten (Symbolisieren, Zeichnen) und Formen der Verarbeitung von Daten (Sortieren, Vergleichen, …)
- **Sachrechnen als Lernprinzip:** Das Lernen der Kinder sollte von ihren Erfahrungen ausgehen. Damit sind Sachsituationen der Ausgangspunkt von Lernprozessen. Sachsituationen können auch der Veranschaulichung von Begriffen und Zusammenhängen oder dem Einüben von Begriffen und Verfahren dienen.
- **Sachrechnen als Lernziel:** Die Schüler sollen lernen, Phänomene ihrer Umwelt durch mathematisches Modellieren (von Heinrich Winter als „mathematisieren“ bezeichnet) besser zu verstehen, bewusster zu erleben und kritischer zu sehen. Modellierungsprozesse sind als Problemlöseprozesse zu entwickeln.

Es geht also nicht nur darum Mathematik anzuwenden, sondern es geht darum, Kompetenzen in der Datenaufbereitung zu erwerben, die Erfahrungen der Kinder einzubeziehen und zum Umweltverständnis der Kinder beizutragen.

Insgesamt können folgende Ziele mit dem mathematischen Modellieren erreicht werden (Blum, 1996; Franke & Ruwisch, 2010; Kaiser-Meßmer, 1986): Die Schüler erwerben …

- **Kompetenzen zum Anwenden von Mathematik** in einfachen und komplexen sowie in bekannten und unbekannten Situationen. Sie helfen ihnen, Umweltsituationen zu verstehen und zu bewältigen.
- **ein ausgewogenes Bild von Mathematik als Wissenschaft** und ihrer Bedeutung für unsere Kultur und Gesellschaft. Die Lernenden sollen Bezüge zwischen Mathematik und Realität erkennen, Kenntnisse über den Gebrauch und Missbrauch von Mathematik erwerben und die Grenzen der Mathematisierbarkeit erfahren.
- **Heuristische Strategien, Problemlöse- und Argumentationsfähigkeiten** sowie kreatives Denken und flexibles Denken.
- **Kompetenzen im Kommunizieren** und Darstellen mathematischer Sachverhalte.
- **Motivation zur Beschäftigung** mit Mathematik sowie eine bessere Einstellung gegenüber der Mathematik. Das Behalten und Verstehen von mathematischen Inhalten wird erleichtert.
- **Soziale Kompetenzen** durch Arbeitsformen wie Gruppenarbeit und die Notwendigkeit zusammen zu arbeiten.

Für das Modellieren spricht auch, dass Modellierungsaufgaben aufgrund ihrer Offenheit selbstdifferenzierende Eigenschaften haben: Jedes Kind kann sie auf seinem Niveau bearbeiten. Gerade schwächere Schülerinnen und Schüler profitieren davon. Die Offenheit der Aufgaben ermöglicht auch eine gute Diagnose der Schülerkompetenzen, denn so wird doch deutlich, welche Schritte die Schüler selbstständig ausführen können und welche nicht.

Darüber hinaus setzt das Modellieren im Mathematikunterricht nur das fort, was Lernende bereits vor der Schule im Alltag ausführen können. Sie modellieren z. B. bereits, wenn sie den Tisch für das Familienessen decken. Diese Kompetenzen darf man nicht verkümmern lassen sondern sollte darauf aufbauen.
Diese Begründungen für Modellierungsaufgaben zeigen, wie wichtig der Realitätsbezug für die Kinder ist und stellen einen wesentlichen Grund für die oben genannte Definition von Modellierungsaufgaben dar.

4 Welche Modellierungsaufgaben gibt es?

Fasst man die heute bekannten Kategorien von realitätsbezogenen Aufgaben zusammen (Maaß, 2010), so ergeben sich – je nach Zielsetzung – zahlreiche Unterscheidungsmöglichkeiten von realitätsbezogenen Aufgaben. Die wesentlichen, für den Unterricht in der Grundschule relevanten Aspekte sollen hier diskutiert werden.

4.1 Realitätsgehalt des Kontextes

Der Sachkontext jeder Aufgabe kann auf einem Kontinuum zwischen authentisch bis künstlich / eingekleidet verortet werden. Unter einer authentischen Situation wird in der Literatur u. a. eine außermathematische Situation angesehen, die sich mit Phänomenen und Fragen beschäftigt, die für dieses Gebiet bedeutsam sind und von den entsprechenden Fachleuten auch als bedeutsam erkannt werden (Maaß, 2004): Betrachtet man z. B. den Kontext „Wir wollen auf Klassenfahrt gehen. Wohin fahren wir? Welche Kosten entstehen?“ so ist die Situation authentisch, wenn die Klassenfahrt tatsächlich angetreten wird. Als authentisch können aber auch Sachverhalte angesehen werden, die so eintreten könnten, aber nur simuliert werden. „Stell dir vor, zu eurer Schule kommt von nun an immer ein Bäckerei-Wagen. Wie viele Brötchen muss er in der Pause dabeihaben?“ Im Gegensatz dazu ist die Aufgabe „Auf einer Waage liegen sieben Würstchen. Ein Würstchen wiegt 95 g. Wie viel Gramm wiegen sieben Würstchen?“ als künstlich anzusehen. Schließlich zeigt die Waage doch genau das an (Büchter & Leuders, 2005). Darüber hinaus hat der Kontext wenig Relevanz für die geforderte Berechnung, er ist austauschbar. Es handelt sich gemäß der obigen Klassifikation also um eine eingekleidete Aufgabe, die bei den Schülerinnen und Schülern sicher nicht dazu beiträgt, den Nutzen von Mathematik aufzuzeigen.

4.2 Datenlage

Hinsichtlich der vorgegebenen Daten kann man zwischen folgenden Aufgaben unterscheiden:

Textaufgaben / eingekleidete Aufgaben:
Es sind genau die Angaben vorgegeben, die man zur Berechnung bzw. mathematischen Bearbeitung benötigt.

Überbestimmte Aufgaben:
Die Aufgaben enthalten mehr Angaben als für die mathematische Bearbeitung benötigt sind. Bei der Bearbeitung der Aufgaben muss nicht unbedingt ein ganzer Modellierungsprozess durchlaufen werden, weil keine Informationen eingeholt oder Größen geschätzt werden müssen. Die Lernenden erwerben aber Kompetenzen, die für das Aufstellen des Realmodells nützlich sein können, lernen sie doch, relevante von irrelevanten Daten zu unterscheiden. Ein Beispiel dafür wäre folgende Aufgabe:
Hannah ist 10 Jahre alt und wohnt mit ihrer Familie in Stuttgart. Über das Wochenende will sie das erste Mal alleine mit dem Zug zu ihren Großeltern nach Ulm fahren. Um ihren Eltern zu zeigen, dass sie schon selbstständig genug ist, überlegt sie, was sie alles wissen muss und sucht alle Abfahrtszeiten und Preise im Internet heraus. Die Zugfahrt dauert 1 Stunde und 15 Minuten und kostet für sie als Schülerin hin und zurück 16 €. Erwachsene müssten dafür 32 € zahlen. Um zum Hauptbahnhof in Stuttgart zu kommen, nimmt Hannah die S-Bahn. Hier findet sie im Internet folgende Preise: Ein Einzelfahrschein kostet 2 €, ein Fahrschein für Hin- und Rückfahrt kostet 3 € und eine Tageskarte kostet 5 €. Auch in Ulm muss Hannah noch einmal ein Stück mit dem Bus fahren. Hier gibt es nur Einzelfahrscheine für 1 € und Tageskarten für 3 €. Wie hoch sind die Fahrtkosten für Hannah?

Unterbestimmte Aufgaben:
Das sind Aufgaben, in denen nicht alle Daten bzw. Größen, die zur Berechnung benötigt werden, gegeben sind. Diese müssen geschätzt oder recherchiert werden. Unterbestimmte Aufgaben sind Modellierungsaufgaben. Zu den unterbestimmten Aufgaben gehören auch die Fermi-Aufgaben (Ruwisch & Peter-Koop, 2003). Sie gehen auf den Physiker Enrico Fermi zurück, der seine Studierenden darin unterstützen wollte, Größenordnungen zu überschlagen. Sie stellen in der Regel die Fragen „Wie viel?“, „Wie lang?“, „Wie hoch?“ etc. Die folgende Aufgabe ist ein Beispiel für eine einfache Modellierungsaufgabe, die auch eine Fermi-Aufgabe ist (Maaß, 2009):

Wie viele Menschen wohnen wohl in diesem Haus?

Aufgaben mit inkonsistenten Daten:
In diesen Aufgaben sind zahlreiche Daten gegeben, die aber nicht zur Bearbeitung der Frage genutzt werden können. Ein typisches Beispiel dafür sind die Kapitänsaufgaben (Baruk, 1985): „Ein Kapitän hat auf einem Schiff 12 Ziegen und 15 Schafe. Wie alt ist der Kapitän?" Diese Art von Aufgaben dient nicht dazu, die Lernenden zu „veralbern", sondern soll vielmehr ihre Aufmerksamkeit auf den Sachkontext lenken. Sie können dadurch auch lernen, dass nicht jede Mathematikaufgabe eine Lösung hat. Man kann ausgehend von derartigen Aufgaben weiterdenken, etwa: Welche Fragen könnte man mit den Angaben beantworten?

4.3 Modellierungsaktivität

Man kann Modellierungsaufgaben auch dahingehend unterscheiden, welche Prozesse des Modellierungskreislaufes (siehe oben) wirklich durchgeführt werden müssen. Da gibt es zunächst Aufgaben, in denen es nötig ist, den gesamten Modellierungsprozess zu durchlaufen (vgl. die Aufgabe zur Ferienzeit oder zur Anzahl der Bewohner eines Hauses). Darüber hinaus gibt es aber auch Aufgaben, in denen der Fokus der Aufgabe auf bestimmten Teilschritten des Modellierens liegt. Ziel solcher Aufgaben ist es, die Kompetenzen der Lernenden im Ausführen eines bestimmten Teilschrittes besonders zu fördern.
Vergessen die Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten einer Modellierungsaufgabe immer wieder das Validieren, so bietet es sich an, eine Aufgabe zu stellen, in der dieser Schritt besonders geübt wird. Allerdings ist es schwierig, zu allen Teilschritten des Modellierens eine Aufgabe zu entwickeln. Teilweise kann man die Kompetenzen im Durchführen der einzelnen Teilschritte eher durch methodische Hilfen fördern.

Aufgabe für Leserinnen und Leser:
Bitte überlegen Sie sich, woran Sie erkennen könnten, wenn ein Schüler bzw. eine Schülerin an einer bestimmten Stelle im Modellierungsprozess (oder an mehreren) noch Probleme hat. Was tut ein Lerner, der das Mathematisieren oder Interpretieren oder Validieren noch nicht beherrscht?

Folgende Unterscheidungen bzw. Aufgaben sind denkbar:

Modellierungsaufgabe:
Der gesamte Modellierungsprozess muss durchgeführt werden (siehe oben).

Verstehen der Situation (Aufstellen des Situationsmodells):
Dieser Schritt steht ganz am Anfang des Modellierens und es erscheint problematisch, Aufgaben zu entwickeln, die von den Kindern nur das Verständnis der Situation fordern und keine weitere Beschäftigung mit der Situation verlangt. Allerdings kann man einen Schwerpunkt darauf legen, indem man zunächst den Schülerinnen und Schülern eine Situation vorgibt und sie dann bittet, Fragen zu dieser Situation zu formulieren. Wir betrachten als Beispiel folgende Situation (Maaß, 2009):

Es ist der Beginn der Sommerferien. Auf der A 3 in Bayern sind 20 km Stau. Die Autobahn ist voll gesperrt.
Der Arbeitsauftrag an die Lernenden kann lauten: Formuliert Fragen. Hierzu können sie eine Vielzahl von Fragen nennen: Wohin fahren die Leute? Wie viele Koffer haben sie dabei? Wie viele Menschen stecken in dem Stau? Wie lange bleibt die Autobahn gesperrt? Die Formulierung von Fragen lenkt die Aufmerksamkeit auf das Verständnis der Situation und die Schülerinnen und Schüler lernen dabei, Fragen zu formulieren. Anschließend können die Fragen ausgewählt werden, die im Folgenden mithilfe der Mathematik bearbeitet werden.

Aufstellen des Realmodells:
Möchte man den Schwerpunkt auf diesen Teilaspekt lenken, sieht man sich ähnlichen Problemen gegenüber, wie beim „Verstehen der Situation“. Es macht wenig Sinn, eine Aufgabe nach dem Aufstellen des Realmodells abzubrechen. Dennoch ist es wichtig, sich Gedanken zu machen, wie man Kompetenzen im Aufstellen des Realmodells bei den Lernenden fördern kann, fällt es doch den Schülerinnen und Schülern häufig schwer in komplexen Situationen die Übersicht zu behalten und Annahmen zu treffen. Neben methodischen Hilfen kann man auch die Modellierungsaufgaben entsprechend abwandeln, indem man den Schülern verschiedene Annahmen zur Auswahl vorgibt. Als Beispiel bleiben wir bei der Stau-Aufgabe und der Frage, wie viele Menschen in diesem Stau mit Wasser versorgt werden müssen. Hier könnte man z. B. die folgenden Annahmen vorgeben (auf Karten zur Auswahl oder auf einem Arbeitsblatt):
- Im Auto sitzen immer zwei Personen.
- Die meisten Autos im Stau sind rot.
- Die Autobahn hat drei Spuren.
- Es ist Sonntag und es sind keine Lastkraftwagen unterwegs.
- Die Reisenden haben viel Gepäck dabei.
- Ein Auto hat eine Länge von ungefähr vier Metern.
- Während des Staus regnet es.

Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Aufgabe, die Annahmen zu diskutieren und zu entscheiden, welche zur Bearbeitung der Aufgabe relevant sind. Sie müssen ihre Entscheidungen begründen und üben dabei gleich wertvolle Kompetenzen im Argumentieren. Den Schwierigkeitsgrad der Aufgabe kann man dabei durch die vorgegebenen Annahmen steuern. So kann man zum Beispiel entscheiden, nur eine Annahme vorzugeben, die davon ausgeht, dass keine Lastkraftwagen vorhanden sind, und damit wird dieser Aspekt quasi ausgeklammert. Man kann aber auch die Lastkraftwagen (LKW) bewusst einbeziehen. Dann könnte man weiter vorgeben:
- Ein LKW hat eine Länge von ungefähr 12 Metern.
- Die LKW fahren alle auf der rechten Spur.
- Die LKW sind alle schwer beladen.
- Die LKW müssen alle ins Ausland fahren.

Die Situation wird dadurch natürlich komplexer. Ebenso wird die Aufgabe, sich zwischen Annahmen zu entscheiden, komplexer, wenn man sich widersprechende Annahmen angibt. Beispielsweise kann man vorgeben:

- Ein PKW hat eine Länge von ungefähr vier Metern.
- Ein PKW hat eine Länge von ungefähr sechs Metern.
- Die LKW fahren alle auf der rechten Spur.
- Die LKW fahren auf allen Spuren.

Dann müssen sich die Lernenden überlegen, welche der Größenordnungen angemessen sind und damit mehr ins Detail gehen.

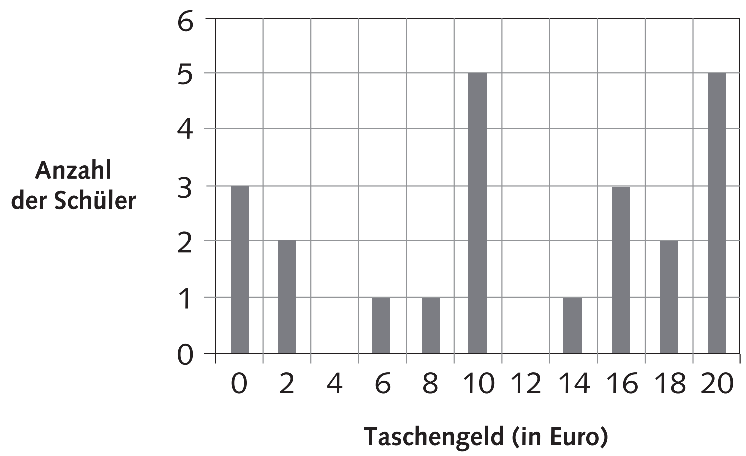
Aufstellen des mathematischen Modells:
Möchte man den Fokus auf das Aufstellen des Mathematischen Modells richten, so müsste im Grunde das Realmodell vorgegeben sein, und die Schüler müssen die Vorgaben mathematisieren. Das scheint im Wesentlichen den üblichen eingekleideten Textaufgaben zu entsprechen. Dies ist natürlich ein wichtiger und unverzichtbarer Bestandteil des Mathematikunterrichts, wird aber hier wegen der Nähe zu den üblichen Textaufgaben nicht weiter diskutiert.
Mathematische Modelle können auch Ausgangspunkt für weitere Überlegungen sein. Man kann ein mathematisches Modell vorgeben und nach einer Anwendung fragen. Das ist natürlich eine didaktische und anwendungsferne Fragestellung. Sie trägt allerdings zum Verständnis der Lernenden bei, da man bestimmte mathematische Inhalte benötigt. Die übliche Fragestellung wird also umgedreht, anstatt von der Anwendung zum Modell geht man vom Modell zur Anwendung.
Ein mögliches Beispiel ist: Nenne mögliche Situationen aus deinem Leben, in denen du „sieben mal vier“ rechnen musst. Wie wichtig es ist, auch von den Lernenden einzufordern, derartige Bezüge selbständig herzustellen, zeigt der folgende Ausschnitt aus einem Schülerinterview:

> I: Also, kannst du dir vorstellen, wo man so was rechnen muss 23 • 7?
> *S: Nee, kann ich nicht.*
> I: Weil es sind ja einfach zwei Zahlen: 23 und 7. Hast du ne Idee, ein Beispiel, wo man vielleicht das brauchen könnte, dass man 23 mal 7 rechnet?
> *S: Hmmh [Verneinend] (Schüler Klasse 5)*

Finden einer mathematischen Lösung:
Dieser Schritt findet vollständig innerhalb der Mathematik statt und muss in jeder Mathematikaufgabe durchgeführt werden.

Interpretieren einer mathematischen Lösung:
In diesem Schritt muss eine mathematische Angabe bezüglich ihrer Bedeutung in der Realität interpretiert werden; das heißt, dass die Schülerinnen und Schüler überlegen müssen, welchen Aussagewert eine errechnete Zahl in der Realität hat. Bezogen auf die Stauaufgabe müssten die Lernenden überlegen, ob das errechnete Ergebnis von 12.000 bedeutet, dass 12.000 Personen in dem Stau stehen; das entspricht der üblichen Formulierung des Antwortsatzes. Da diese Zahl an sich für Schülerinnen und Schüler schwer vorstellbar ist, kann man die Anzahl mit anderen Größen vergleichen, etwa mit der Einwohnerzahl der Heimatgemeinde, den Besuchern im Stadion usw.

Interessanter im Hinblick auf das Interpretieren ist es, einfache statistische Graphiken, z. B. aus der Zeitung oder einfache selbst erstellte Graphiken zu betrachten und von den Schülern interpretieren zu lassen. Ein Beispiel dafür wäre die folgende Aufgabe zum Taschengeld. Natürlich ist dieses Thema im Unterricht heikel, allerdings scheint es in dieser Aufgabenbearbeitung vertretbar, weil die Schülerinnen und Schüler ja nicht namentlich mit der Höhe ihres Taschengeldes in dem Diagramm aufgelistet werden.



Laura hat in ihrer Klasse eine Umfrage durchgeführt. Was sagt die Graphik aus?

Validieren eines Ergebnisses:
Dieser Schritt ist typisch für das Modellieren. Da die Lösungen einer Modellierungsaufgabe meist auf Annahmen beruhen und damit auch subjektiv durch den Modellierer beeinflusst werden, ist es wichtig, am Ende der Aufgabe zu reflektieren, ob die gefundene Lösung geeignet ist oder nicht. Da dieser Schritt für die Schüler sehr ungewohnt ist – sagt doch sonst der Lehrer bzw. die Lehrerin, ob die Lösung richtig ist – wird dieser Schritt häufig einfach vergessen bzw. fällt schwer. Um dies zu üben, kann man die Schülerinnen und Schüler auffordern, zu vorgegebenen Lösungen Stellung zu nehmen. Man kann jede Modellierungsaufgabe ganz leicht in eine Validierungsaufgabe umwandeln, indem man einfach eine Lösung vorgibt und sie bezüglich ihrer Eignung diskutieren lässt. Ein Beispiel dafür ist die folgende Aufgabe (Maaß, 2009).

Eisessen
In Leos Wohnort Grübelfingen gibt es vier Eisdielen. Leo steht – wie so oft in diesem Sommer – mal wieder vor seiner Lieblingseisdiele, dem Eiscafe Sorrento. Eine Kugel Eis kostet 1 €. Er fragt sich, für wie viel Geld der Besitzer wohl an einem heißen Sommersonntag Eis verkauft.
Leo geht wie folgt vor: Er erinnert sich, dass er am letzen Sonntag ein Eis mit 4 Kugeln gekauft hat.
Jeder Einwohner isst also ungefähr 4 Kugeln.
Leo weiß außerdem, dass Grübelfingen 20.000 Einwohner und 4 Eisdielen hat.

Also rechnet er:
20.000 : 4 = 5000
5000 · 4 = 20.000
Pro Tag werden in der Eisdiele Sorrento also 20.000 Kugeln verkauft. Eine Kugel kostet 1 €.

Leo rechnet:
20.000 · 1 € = 20.000 €.
Der Besitzer verkauft also für 20.000 € Eis.

Was meinst du dazu?
Wie würdest du vorgehen?

4.4 Deskriptive oder normative Modelle in Aufgaben

Die meisten Modellierungsaufgaben, wie auch die oben beschriebenen, beschäftigen sich mit deskriptiven Modellen, also solchen, die unsere Realität beschreiben, erklären oder vorhersagen. Normative Modelle beschreiben nicht die Realität, sondern schreiben einen Teil der Realität vor. Wir sind im Alltag von vielen normativen Modellen umgeben und daher ist es wichtig, diese auch im Unterricht zu behandeln. Ein Beispiel dafür stellt die folgende Aufgabe dar:
Im Schwimmverein sind aktuell 1000 Kinder und 250 Erwachsene Mitglied. Kinder zahlen pro Monat 10 € Mitgliedsgebühr, Erwachsene 15 €. Im kommenden Jahr sollen durch eine Erhöhung der Eintrittspreise die Einnahmen auf 20.000 € gesteigert werden. Wie würdest du die Beiträge erhöhen? Was findest du gerecht? Berechne und begründe.

4.5 Art der Darstellung

Gerade für die Grundschule ist es wichtig, Aufgaben auch hinsichtlich ihrer Darstellungsart zu unterscheiden. Modellierungsaufgaben können als Text, als Bild, als Text und Bild, mit authentischem Material oder durch eine Geschichte präsentiert werden. Sie können auch als realistische Situation auf einem Klassenausflug erlebt werden (Franke, 2003). Durch Fotos, durch authentische Materialien oder auch in einer speziellen Situation werden mathematische Fragestellungen von den Schülerinnen und Schüler als authentisch erlebt. Anders als bei den üblichen eingekleideten Aufgaben mit gezeichneten Bildern erleben sie direkt die Anbindung an ihren Alltag. Dabei ist es bei der Entwicklung von Aufgaben für Grundschüler besonders wichtig, sich die Bilder / Fotos ganz genau anschauen, und vielleicht Dinge zu beobachten, die man selbst, wenn man kurz auf ein Bild schaut, gar nicht wahrnimmt.

Im Hinblick auf den Anfangsunterricht bekommen Bilder noch einen weiteren Stellenwert: Durch Bilder können Modellierungsaufgaben dargestellt werden, die auch Schulanfängern zugänglich sind. Die folgende Aufgabe ist ein Beispiel dafür:

Die Klasse 3c will mit 30 Schülerinnen und Schüler ein gemeinsames Frühstück einnehmen. Bekommt jeder einen Platz am Tisch?

Weitere Bildaufgaben, die insbesondere für den Anfangsunterricht wichtig sind, und die Schüler gut auf das Modellieren vorbereiten, sind Bilder, die die Schüler auffordern, mathematische Geschichten zu erzählen. Sie fordern die Kreativität der Lerner. Die folgende Aufgabe zeigt ein Beispiel.

Erzähle mathematische Geschichten zu dem Bild.

Die Beispiele zeigen, dass es sehr viele Möglichkeiten gibt, Modellierungsaufgaben oder solche, die zum Modellieren hinführen bzw. die Teilschritte üben, auszuwählen. Bei der Auswahl sollte man sich davon leiten lassen, welche Ziele verfolgt werden:

- Sollen Schülerinnen und Schüler lernen, mit offenen, komplexen Situationen umzugehen?
- Sollen sie Kompetenzen im Durchführen bestimmter Teilschritte erwerben?
- Sollen sie langsam zum Modellieren hingeführt werden?
- Sollen sie sehen, dass Mathematik im Leben nützlich ist?
- Sollen sie einen bestimmten mathematischen Inhalt üben?

Je nach Zielsetzung gilt es die geeigneten Aufgaben auszuwählen. Sollen Schülerinnen und Schüler lernen, dass Mathematik im Leben bedeutsam ist, sollte man keine eingekleidete Aufgabe auswählen, die aber vielleicht Sinn macht, wenn sie üben sollen, einen Sachverhalt in die Mathematik zu übersetzen. Sollen sie lernen, mit offenen Problemen umzugehen, sollte man keine Aufgabe auswählen, die sich auf Teilschritte des Modellierens beschränkt.

5 Modellieren von Anfang an?

Kinder, die eingeschult werden, sind kreativ, neugierig, stellen gerne Fragen und modellieren bereits viele Situationen, bevor sie in die Schule kommen, z. B. wenn sie den Tisch für das Familienessen decken. Das ist alles Grund genug, die vorhandenen Fähigkeiten vom ersten Schuljahr an aufzugreifen und die bereits im Modellieren vorhandenen Kompetenzen weiterzuentwickeln und zu fördern. Natürlich sollte man nicht damit rechnen, dass alle Kinder perfekte Lösungen liefern.

Die Spontanität der Kinder in Klasse 1 kann zu voreiligen Schlüssen führen. Gefundene Lösungen werden meistens nicht hinterfragt. Das bedeutet jedoch nicht, dass man keine Modellierungsaufgaben im Unterricht der Klasse 1 behandeln sollte. Gerade im Umgang mit solchen Aufgaben lassen sich wertvolle Kompetenzen herausbilden: Die Fähigkeiten, die Lösungen gemeinsam zu finden, über Lösungsansätze zu kommunizieren und argumentieren oder auch anderen den Lösungsprozess mitzuteilen, gilt es zu fördern und zu fordern. Häufig setzt sich der „Stärkere" durch und gerade deshalb ist es gut, die Kommunikation von Anfang an zu üben. Oft ist eine vorformulierte Frage für die Kinder nicht handlungsleitend. Sie gehen im Sachkontext auf und vergessen dabei mitunter die eigentliche Frage. Doch wenn man bedenkt, wie oft in späteren Schuljahren beklagt wird, dass die Lernenden den Sachkontext nicht richtig beachten oder nur eingeschränkt wahrnehmen, darf dies in der Eingangsphase nicht als Problem gesehen werden. Wichtig ist hier, dass die Kinder genügend Zeit erhalten, die Situation für sich zu klären, emotionale Bezüge herzustellen, Vorerfahrungen zu benennen und ihr Vorwissen zu aktivieren, um dann ein Problembewusstsein und eigene Fragen zu entwickeln. Die Fragen können dann als Ausgangspunkt für die weitere Behandlung genutzt werden.

Die Bearbeitung solcher Aufgaben zeigt auch, dass – bedingt durch die konkrete Anbindung an den Sachverhalt – die Kinder mathematisch sehr anspruchsvolle Aufgaben lösen, die weit über den ihnen bekannten Zahlenraum und die ihnen bekannten Operationen hinausgehen, wobei ihnen eine formale Darstellung natürlich nicht möglich ist. Unverzichtbar ist dabei – besonders in der Eingangsphase – handelnd vorzugehen und die Situationen nachspielen zu lassen oder nachzustellen. Betrachtet man z. B. die Aufgabe über die Geburtstagsgäste und die Bierbänke, so kann man dies mit einer einzelnen Bank im Unterricht, im Park oder in der Turnhalle ausprobieren. Haben die Kinder Schwierigkeiten, Annahmen für das Realmodell zu treffen, so kann man die oben beschriebene Methode der Vorgabe von Annahmen zur Auswahl auch hier anwenden, nur gibt man sie eben nicht in geschriebener Version vor, sondern liest jeweils z. B. zwei Annahmen vor und lässt sie diskutieren.

Während in der Schuleingangsphase das enaktive Vorgehen im Vordergrund steht, wird zunehmend auch der Wechsel zwischen den Ebenen für den Aufbau eines vertieften Operationsverständnisses und damit für das Lösen von Modellierungsaufgaben bedeutsam.

6 Modellieren im Unterricht

Wie man im Unterricht Modellierungsaufgaben behandelt, hängt natürlich davon ab, wie viel Erfahrung die Schülerinnen und Schüler schon mit dem Modellieren haben. Grundsätzlich kann man grob folgende Phasen im Unterricht unterscheiden: (1) Der Einstieg in die Problemsituation, das Stellen von Fragen bzw. das Erfassen der Fragestellung, (2) das Erarbeiten einer Lösung sowie die (3) Präsentation und Besprechung der Lösung. Dabei können die einzelnen Phasen noch weiter unterteilt sein: So kann man im Rahmen der Erarbeiten zunächst die Aufgabe stellen, Annahmen zu sammeln, diese dann besprechen und die Lernenden dann mit bestimmten Annahmen weiterrechnen lassen. Innerhalb der einzelnen Phasen sollten Methoden gewählt werden, die den Schülerinnen und Schülern so viel Selbständigkeit wie möglich lassen. Dazu gehören zum Beispiel Gruppenarbeit, „Ich-Du-Wir“ oder Posterpräsentationen und Diskussionen. Im Folgenden sollen drei Aspekte herausgegriffen werden, die den Lernenden erfahrungsgemäß Schwierigkeiten bereiten: Das Stellen von Fragen und die kritische Reflektion (Validierung) der durchgeführten Rechnung. Vorab bedacht werden sollte die Frage, ob man Material vorgibt oder nicht.

6.1 Lernen, Fragen zu stellen

Vielfach fällt es den Schülerinnen und Schüler schwer, Fragen zu stellen. Wie können sie das lernen? Dieser Aspekt sollte im Unterricht besondere Berücksichtigung finden.
Zunächst einmal brauchen die Kinder genügend Zeit, um sich die vorgegebene Situation der Modellierungsaufgabe vorzustellen. Dabei sollte man natürlich Situationen auswählen, die an den Erfahrungshorizont der Lernenden anknüpfen. Sollen sie lernen, Fragen zu stellen, so kann man diesen Aspekt durchaus in den Mittelpunkt der Unterrichtsstunde stellen.

- Ähnlich wie bei der oben beschriebenen Methode, die Lerner darin unterstützt, Annahmen für das Realmodell zu treffen, kann man den Schülern verschiedene sinnvolle und weniger sinnvolle Fragen vorgeben und sie – etwa gemäß „Ich-Du-Wir“ – zunächst alleine und dann mit einem Partner Fragen auswählen und die Entscheidung begründen lassen.
- Man kann den Schülerinnen und Schülern – auch in Gruppen – den Arbeitsauftrag erteilen, Fragen zur Situation zu suchen und dabei zu unterscheiden, welche man direkt aus dem Text beantworten kann und welche man berechnen muss.
- Eine weitere Möglichkeit, die Kinder zum Fragenstellen anzuregen ist die folgende (Dedekind, 2009): Als stummer Impuls wird eine Maoam-Stange hochgehalten. Natürlich sind die Kinder neugierig und fangen an Fragen zu stellen, wie z. B. Wann bekommen wir das zu essen? Wie viele Maoam sind da drin? Warum sagen Sie nichts? Je nachdem, ob die Fragen etwas mit Mathematik zu tun haben oder nicht, werden sie links oder rechts auf der Tafel ohne weiteren Kommentar notiert. Die Kinder können auf diese Weise selbst entdecken, nach welchem Kriterium die Fragen sortiert werden. Anschließend kann man sich den mathematikhaltigen Fragen zuwenden und überlegen, welche man im Folgenden behandelt.

6.2 Die kritische Reflexion am Schluss

Mathematisches Modellieren unterscheidet sich von den üblichen Mathematikaufgaben dadurch, dass es keinen eindeutigen Lösungsweg und auch keine eindeutige Lösung gibt. Die Lösung ist in der Regel vom Vorgehen und von den getroffenen Annahmen abhängig und ist damit subjektiv.
Man sieht sich also am Ende der Bearbeitungsphase im Unterricht mit unterschiedlichen Ergebnissen konfrontiert. Daher kommt der Reflexionsphase am Ende eine große Bedeutung zu. Ziel dieser Phase ist es, den Kindern die Einsicht zu vermitteln, warum die Ergebnisse unterschiedlich sind und warum sie dennoch sinnvoll sind. Die Schüler werden – zumindest am Anfang, wenn sie mit dem Modellieren noch nicht vertraut sind – ihre Ergebnisse nicht selbstständig reflektieren. Erkenntnisleitend für die anschließende Diskussion können z. B. die folgenden Fragen sein:

- Warum haben wir unterschiedliche Ergebnisse? Hier ist ein klarer Bezug zu den getroffenen Annahmen herzustellen.
- Welchen Wert haben die Ergebnisse, wenn sie so unterschiedlich sind? Hier muss deutlich gemacht werden, dass die Ergebnisse – so unterschiedlich sie auch sind – einen Einblick in die Größenordnung des Ergebnisses vermitteln und dass es ein wesentliches Kennzeichnen der Mathematik ist, dass man für Probleme, die in Zusammenhang mit der Realität stehen, häufig nur ungefähre Ergebnisse angeben kann.
- Auf welche Weise können wir genauere Ergebnisse erhalten? Welchen Grad an Genauigkeit brauchen wir überhaupt? Wovon hängt das ab? Diese Fragen regen die Kinder an, nochmals über die Qualität des Vorgehens nachzudenken. In der Regel gibt es immer Möglichkeiten, um das Ergebnis zu verfeinern. Bezogen auf die Stauaufgabe wird das Ergebnis sicher genauer, wenn man Lastkraftwagen einbezieht anstatt sie einfach – unabhängig vom Wochentag – zu vernachlässigen. Auch die Berücksichtigung, ob es sich um Berufsverkehr oder Ferienverkehr handelt, trägt zur Genauigkeit bei. Möglicherweise findet sich die eine oder andere Überlegung auch bereits in den Lösungen der Schüler. Diese Ansätze können dann im Hinblick auf die benötigte Genauigkeit beurteilt werden.
- Was haben wir durch das Bearbeiten der Aufgabe mit mathematischen Mittel und durch das Modellieren gelernt? Bezogen auf die Stau-Aufgabe wird z. B. neues Wissen im Hinblick auf die Längen von Personen- und Lastkraftwagen sowie die Verkehrssituation erworben.
- Um nach der Präsentation der Ergebnisse der Schülergruppen auch wirklich eine derartige Diskussion führen zu können, ist es wichtig, die Aufmerksamkeit der anderen Lerner zu erhalten. Dies kann man gezielt erwirken, indem man den Schülerinnen und Schülern Arbeitsaufträge zum Mitschreiben gibt, z. B.:
    - Notiere zu jeder Präsentation: Worin unterscheidet sich das präsentierte Vorgehen von eurem?
    - Vergleiche mit eurem Vorgehen: Was findest du gut? Was findest du nicht so gut? Begründe.
- Es ist auch möglich, den Schülern drei rote und drei grüne Karten zu geben und sie aufzufordern, jeweils drei positive Aspekte und drei weniger gute Aspekte zu notieren und zu begründen. Dies fordert alle Lerner zur Mitarbeit auf und ermöglicht ein übersichtliches Darstellen der gesamten Kommentare auf einer Pinnwand. Sie können die Basis für eine Diskussion zur Optimierung der Vorgehensweise insgesamt sein.

6.3 Materialien vorgeben oder nicht?

Mathematisches Modellieren zeichnet sich dadurch aus, dass nicht alle zur mathematischen Bearbeitung nötigen Größen vorgegeben sind. Die Kinder müssen die entsprechenden Größen entweder schätzen, messen oder recherchieren. In der Stauaufgabe entsteht zum Beispiel die Frage, wie lang ein Auto ist. Darüber hinaus, kann es sein, dass die Kinder nicht berücksichtigen, dass zwischen zwei Autos ein Abstand ist. Wie kann man damit umgehen?

- Man stellt den Lernenden die Hausaufgabe zu messen, wie lang ein Auto ist. Einerseits wird dadurch im Unterricht – wenn die Frage auftaucht – ein relativer reibungsloser Ablauf gewährleistet. Andererseits schränkt das die Offenheit einer Modellierungsaufgabe erheblich ein, da dadurch bereits vorgegeben wird, dass die Länge eines Autos eine relevante Größe bei der Bearbeitung der Aufgabe ist – etwas, was die Schüler eigentlich selbst herausfinden sollen.
- Man kann sich überlegen, ob es Möglichkeiten gibt, benötigte Größen während des Unterrichts zu messen bzw. zu recherchieren. So kann z. B. die Länge eines Personenwagens auf dem Schulparkplatz gemessen werden. Hier stellt sich die nächste Frage: Sollte man die Meterstäbe auf dem Pult liegen haben? Dann wissen die Schülerinnen und Schüler gleich, dass sie etwas messen müssen. Eine Möglichkeit, dem vorzubeugen, ist eine versteckte Materialkiste. Hier kann man Dinge aufbewahren, nach denen die Kinder möglicherweise fragen, wie z. B. ein Meterstab.
- Man kann den Kindern z. B. Modellautos (je nach Bedarf PKW und / oder LKW) und Papier für die Darstellung der Autobahn anbieten, um die Situation im Modell darzustellen. Dabei wird automatisch die Frage aufgeworfen, wo die Lastkraftwagen fahren und ob zwischen den Fahrzeugen ein Abstand ist oder nicht. Dies erscheint allerdings eher für ungeübte Modellierer nötig.

Zahlreiche weitere Modellierungsaufgaben für alle Klassenstufen der Grundschule sowie weitere Erläuterungen finden Sie in Maaß (2009), weitere Aufgaben für die Klassen 3 und 4 – allerdings ohne didaktische Erläuterungen – finden Sie auch in (2008, download unter http://home.ph-freiburg.de/maassfr/index.php/publikation.html).

Literaturverzeichnis

Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*. Paris: Seuil.

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, 23*, 15-38.

Büchter, A., & Leuders, T. (2005). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Dedekind, B. (2009). Hausaufgaben verändern – Materialien für einen Workshop. *Grundschulunterricht Mathematik, 2009*(03), 38-44.

Franke, M. (2003). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg, Berlin: Spektrum, Akademischer Verlag.

Franke, M., & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Henn, H.-W. (2000). Warum manchmal Katzen vom Himmel fallen … oder … von guten und von schlechten Modellen. In H. Hischer (Ed.), *Modellbildung, Computer und Mathematikunterricht* (pp. 9-17). Hildesheim: Franzbecker.

Kaiser-Meßmer, G. (1986). *Anwendungen im Mathematikunterricht*. Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Kaiser-Meßmer, G. (1993). Reflections on future developments in the light of empirical research. In T. Breiteig, I. Huntley & G. Kaiser-Meßmer (Eds.), *Teaching and learning mathematics in context* (pp. 213-227). Chichester: Horwood Publishing.

Klieme, E., Neubrand, M., & Lüdtke, O. (2001). Mathematische Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. In Deutsches PISA-Konsortium (Ed.), *PISA 2000 – Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (pp. 139-190). Opladen: Leske + Budrich.

Maaß, K. (2004). *Mathematisches Modellieren im Unterricht – Ergebnisse einer empirischen Studie*. Hildesheim: Franzbecker.

Maaß, K. (2008). *Mathematik braucht man im Leben*. Berlin: Technischer Jugendfreizeit- und Bildungsverein (tjfbv) e. V.

Maaß, K. (2009). *Mathematikunterricht weiterentwickeln*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Maaß, K. (2010). Classification scheme of modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(2).

Ruwisch, S., & Peter-Koop, A. (Eds.). (2003). *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*. Offenburg: Mildenberger.

Winter, H. (1985). *Sachrechnen in der Grundschule*, 1. Auflage. Berlin: Cornelsen.

Partner des Programms *SINUS an Grundschulen*

Programmträger: IPN, Kiel
Projektleitung: Prof. Dr. Olaf Köller
www.ipn.uni-kiel.de

SINUS an Grundschulen
Projektkoordination am IPN: Dr. Claudia Fischer
Tel. +49(0)431/880-3136
cfischer@ipn.uni-kiel.de
www.sinus-an-grundschulen.de

Ministerium
für Bildung und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein

Programmkoordination für die Länder durch das
Ministerium für Bildung und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein (MBK)
Dr. Kai Niemann
www.schleswig-holstein.de/MBK/DE/MBK_node.html

Serverbetreuung: Deutsches Institut für Internationale
Pädagogische Forschung (DIPF)
www.dipf.de

ISBN für diese Handreichung
978-3-89088-219-2