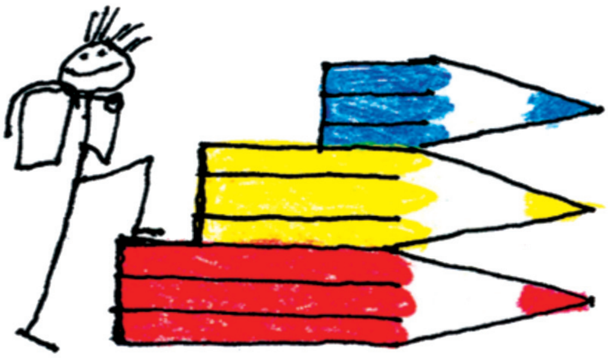
Handreichungen des Programms SINUS an Grundschulen

Wie begründen Kinder im Mathematikunterricht der Grundschule?

Ein Analyseverfahren zur Rekonstruktion von Argumentationsprozessen

Götz Krummheuer

SINUS



an Grundschulen

Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

Mathe

Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Impressum

Götz Krummheuer
Wie begründen Kinder im Mathematikunterricht der Grundschule?

Publikation des Programms *SINUS an Grundschulen*
Programmträger: Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN)
an der Universität Kiel
Olshausenstraße 62
24098 Kiel
www.sinus-an-grundschulen.de

Projektleitung: Prof. Dr. Olaf Köller
Projektkoordination: Dr. Claudia Fischer
Redaktion u. Realisation dieser Publikation: Brigitte Dedekind, Tanja Achenbach
Kontaktadresse: info@sinus-grundschule.de

ISBN: 978-3-89088-205-5

Nutzungsbedingungen

Götz Krummheuer

Wie begründen Kinder im Mathematikunterricht der Grundschule?

Ein Analyseverfahren zur Rekonstruktion von Argumentationsprozessen

1 Um was geht es in diesem Text?

Von Schülerinnen und Schülern wird häufig die Erwartung geäußert, dass eine Lehrkraft im Mathematikunterricht gut erklären können müsse. Man lerne Mathematik leichter oder besser, wenn man sie verstanden habe und dies geschehe dadurch, dass sie einem erklärt werde. Üblicherweise werden derartige Erwartungen in dieser Deutlichkeit nicht von Schülern an Lehrkräfte anderer Fachrichtungen herangetragen. Die Schüler formulieren eine Einsicht, die ich für fundamental für den Mathematikunterricht halte: Das Lernen mathematischer Begriffe und Verfahren wird ermöglicht und erleichtert, wenn sich die Lernenden in einen Argumentationsprozess über diese Begriffe bzw. Verfahren aktiv einbringen oder ihm zumindest aufmerksam folgen. Häufig hat man allerdings den Eindruck, dass im Mathematikunterricht in der Grundschule nicht bzw. nicht viel argumentiert werde. Dies mag hin und wieder zutreffen. Meines Erachtens aber trügt dieser Eindruck und dem liegt

- eine zu eingeschränkte Vorstellung von dem, was Argumentieren ist, und
- das Fehlen eines geeigneten Analyseinstruments

zugrunde.

Im Folgenden werde ich genauer klären, was man unter Argumentation versteht und wie man sie analysieren kann. Hierzu wird ein kurzer Abschnitt aus einer videografierten Unterrichtsstunde vorgelegt, der in Form einer Transkription präsentiert wird. Anschließend folgen Ausführungen über die Möglichkeit, über Argumentationen das Mathematiklernen zu erleichtern.

Der Text enthält keine Fußnoten und Literaturangaben. Sie sind in einem kurzen Kapitel »Anmerkungen und weitere Anregungen« nach diesen Darstellungen (auf den Seiten 12 und 13) zusammengefasst. Der Text endet mit zwei Anhängen. Im ersten wird eine ausführlichere Argumentationsanalyse zu einer »Würfelaufgabe« wiedergegeben. Im zweiten Anhang stehen die Transkriptionsregeln, nach denen der Videoausschnitt verschriftet wurde.

2 Begründungen, Erklärungen und Rechtfertigungen von Kindern im Mathematikunterricht analysieren

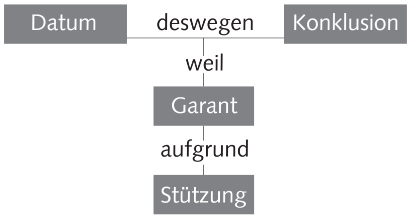
Aus meiner Sicht hat man es u. a. mit den folgenden zwei Schwierigkeiten bei der Analyse von Argumentationsprozessen im Mathematikunterricht der Grundschule zu tun:

1. Die Ausführungen der Kinder sind zumeist sehr voraussetzungsvoll und damit in Bezug auf das hervorgebrachte Argument häufig unvollständig.
2. Man neigt (deswegen?) leicht dazu, die argumentative Funktion kindlicher Begründungen und Erklärungen zu ihren Rechnungen und Zeichnungen zu unterschätzen oder sogar zu übersehen.

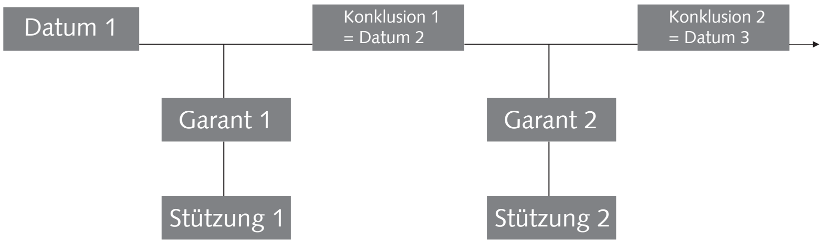
Ich möchte im Folgenden zeigen, dass man sehr wohl derartige Prozesse im Mathematikunterricht ausfindig machen und einer detaillierten Analyse unterziehen kann. Hierzu gehe ich in zwei Schritten vor. Zunächst kläre ich, wie man für dieses Interesse die Handlung des »Argumentieren« verstehen sollte. Sodann stelle ich ein Analyseverfahren vor.

Der Begriff des Argumentierens

Allgemein handelt es sich bei einer Argumentation um eine Folge von Äußerungen, durch welche die *Gültigkeit* einer anderen Äußerung gestützt wird. Die gesamte Folge nennt man »Argument« und den Prozess ihrer Hervorbringung »Argumentation«. Mit Blick auf den Mathematikunterricht in der Grundschule sollte man bei einer »Äußerung« nicht nur an eine sprachliche Handlung, sondern auch an Handlungen an Unterrichtsmaterialien, wie z. B. Rechenstäbchen, oder auch an zeichnerische Handlungen (Inskriptionen), beispielsweise im Zusammenhang mit Schreibanlässen, denken. Zumeist werden die Handlungen aus allen drei Elementen (Sprache, Material, Inskriptionen) bestehen. Eine Argumentation besteht notwendigerweise aus mehreren Äußerungen, die für das Argument unterschiedliche *Funktionen* übernehmen. Beispielsweise haben einige Äußerungen die Funktion, solche Aussagen und Handlungen zusammenzufassen, die in der aktuellen Situation von den Gruppemitgliedern als unstrittig angesehen werden; darüber hinaus fungieren andere Äußerungen als Klärungen der Frage, warum ein bestimmter argumentativer Schluss zulässig ist.
Die generelle Wirkungsweise einer Argumentation besteht darin, dass man eine zu begründende Aussage aus unbezweifelten Aussagen (»Daten«) erschließt: Aus den Daten wird eine »Konklusion« abgeleitet. Diese Beziehung wird in der folgenden Abbildung in der oberen Zeile wiedergegeben. Diese obere Zeile kann man insgesamt als die »Herstellung eines Schlusses« bezeichnen. Zumeist müssen darüber hinaus auch noch Gründe genannt werden, warum der vorgenommene Schluss zulässig ist, was ihn gleichsam »garantiert«. Aussagen, die hierzu beitragen, stellen den »Garanten« dar. Von anderer Qualität sind dazu die Aussagen, die sich auf die Zulässigkeit von Garanten beziehen. Sie werden »Stützungen« genannt und stellen nicht-bezweifelbare Grundüberzeugungen dar. Dieses Argumentationsmodell lässt sich wie folgt grafisch darstellen:



Häufig werden komplexere Argumentationen hervorgebracht, zum Beispiel dann, wenn eine erschlossene Konklusion als Folgedatum einer sich anschließenden zweiten Argumentation verwendet wird.



Wir sprechen dann von einer »mehrgliedrigen Argumentation«.
Dieser Ansatz ermöglicht u. a., wie unten noch konkret gezeigt wird, Erklärungs- und Begründungsversuche von Grundschulkindern zu mathematischen Problemstellungen zu rekonstruieren. Dabei ist von Vorteil, dass nicht nur mathematisch »exakte« sondern auch eher auf Alltagserfahrungen beruhende Überlegungen der Kinder als Argument fassbar werden. Denn im Mathematikunterricht der Grundschule wird gewöhnlich nicht auf der Ebene eines axiomatischen Systems im Sinne einer mathematischen Theorie mit ausschließlich deduktiver Logik gearbeitet. Vielmehr werden die thematisierten Begriffe in direkter Weise auf Objekte der Realität bezogen, wie z. B. den Fingern beim Zählen oder konkreten Veranschaulichungsmaterialien. Schauen wir uns ein Unterrichtsbeispiel an.

Ein Beispiel:
Ein Schüler begründet, warum seiner Ansicht nach sieben minus null dreizehn ist.
An einem Ausschnitt aus einer videografierten Unterrichtsstunde soll das Analyseverfahren verdeutlicht werden. Hierzu ist ein Beispiel ausgewählt worden, in dem ein Schüler eine ungewöhnliche Lösung vorschlägt, die in der Unterrichtssituation zu einer intensiven Diskussion führt. Es handelt sich um ein erstes Schuljahr. Inhaltlich geht es um additive Zerlegungen der Zahlen im Zahlenraum 10 bis 20. Sie werden von der Lehrerin als eine Vorstufe zur Behandlung des Dezimalsystems besprochen. Die Lehrerin hält von einer Rechenkette 13 Kugeln sichtbar hoch ●●●○○○○○○○○○○○○○○; aus Sicht der Schüler drei schwarze Kugeln links und zehn weiße Kugeln rechts. Die Kinder nennen zunächst die erwarteten additiven Zerlegungen 10+3, 3+10 und 11+2. Sodann schlägt der Schüler Jarek als Lösung »sieben minus null« vor. Er begründet an der Rechenkette seine Lösung. Er zählt vom Ende der schwarzen Perlen sieben Perlen ab, fasst zwischen diese siebte und dann folgende achte Perlen, hebt die verbleibenden drei schwarzen und zehn weißen Perlen hoch und sagt zeitgleich dazu: »Sieben minus null ist dreizehn«. Die anderen Kinder werden um Stellungnahmen gebeten. Auf der nächsten Seite beginnt das Beispiel:

126	L	*erstaunt gehaucht* hha jetzt versteh ich \ was hat der Jarek gemacht \ ... *legt ihre*
127		*eigene Kette weg und übernimmt die von Jarek* . der hat behauptet / . der hat von
128		dieser Seite angefangen und hat sieben abgezählt \ eins zwei drei vier fünf sechs
129		sieben \ *zeigt es an ihrer Kette* da hat er gesagt . minus null ist . das . *zeigt*
130		●●●○○○○○○○○○○ geht das \
131	< Petra	ja
132	< S1	nein
133	S2	nein
134	L	geht das /
135	S3	nein
136	< S4	nein
137	< S5	nein
138	S6	nein
140 141	L	*deutliche Meldegeste* warum gehts **n i c h** wenn es nicht geht /. und warum **gehts** wenn es gehen soll \
141.1	Carola	*meldet sich*
141.2	L	Carola /
142	Carola	w e i l *räuspert sich* äm . äm . das muss man ja wegnehmen \ von von der sieben \
143		wohl wegnehmen / dann sind es ja noch sieben \
143.1	< Carola	*kommt nach vorne*
144	< L	komm mal nach vorne und zeig das \ *leise beim Über-*
145		*reichen der Kette* die sieben hatten wir hier / also von sieben muss man null
146		wegnehmen . also von was muss man
147	Carola	man kann ja null nicht weg da braucht man gar keinen wegnehmen \ da da kann
148		man ja nur äm dann sinds ja nur sieben weil wenn man keinen wegnehmen kann \
149	L	genau \ . von welcher Zahl hat Jarek nämlich sie-ben **weggenommen** \ .. damit
150		dreizehn **rauskommt** *Carola setzt sich wieder* ... ich mach das mal vor \ *zeigt mit*
151		*Nachdruck:* ●●●●●●●●●●○○○○○○○○○○ *flüsternd* eins zwei drei vier fünf sechs
152	< L	sieben + . ist .. *flüsternd* dreizehn *zeigt* ●●●○○○○○○○○○○ +
153	< S	ä
154	L	*flüsternd* von welcher **Zahl** hat ers weggenommen \
155	S	ä
156	L	... Franzi /
157	Franzi	eigentlich wollte ich ja jetzt was anderes sagen
158	L	hm . Nicole /
159	Nicole	er hat von der **Sieben** weggenommen
160	L	er hat **sieben** – aber von welcher **Zahl** insgesamt \

161	Robert	*ausrufend* ah
162	L	man muss nur genau hingucken \ . Robert \
163	Robert	sieben von zwanzig \
164	L	ja dann komm mal nach vorne und **zeig** uns das mal \ ...
165	< L	muss man nur genau **sehen** ne / also / . zwanzig / . dreh dich mal zu mir /
166	< Robert	*kommt nach vorne*
167	< S	ä
168	L	nee so / . dreh dich mal um / . so / *hält die Kette so vor ihn, dass Robert vor ihr*
169		*– beide mit dem Gesicht zur Klasse – die Kugeln abzählen kann* machs ruhig laut \
170	Robert	*zählt mit leiser Stimme* eins zwei drei vier fünf sechs sieben *hält die Kette fest* +
170.1	L	genau \ von *zeigt mit Nachdruck:* ●●●●●●●●●●○○○○○○○○○○ insgesamt zwanzig ne \ .
170.2		von *überstreicht mit einer Hand* ○○○○○○○○○○ **diesen** zehn und von *überstreicht*
170.3		*mit einer Hand* ●●●●●●●●●● **diesen** zehn . zwanzig . hat er sieben weggenommen

In der diese Szene eröffnenden Äußerung hebt die Lehrerin u. a. wohl die Abweichung von Jareks Demonstration zu ihrer Standardvorstellung von einer Lösung hervor: der hat von dieser Seite angefangen [128]. Dies ist möglicherweise auch für sie in diesem Moment eine neue Einsicht. Sodann zählt auch sie – offensichtlich rephrasierend – die sieben schwarzen Kugeln und sagt anschließend da hat er gesagt . minus null ist . das . geht das \ [129, 130]. Es wird bei Ansicht der Videoaufnahme relativ deutlich, dass sie mit dem Wort das auf die Rechenkette verweist. Sie trägt dieses Problem mit ihrer Frage in die Klasse zurück.

Mehrere Schüler äußern sich hierzu zunächst eher akklamativ, wobei sich im Zuge der Interaktion tendenziell eine Ablehnung durchsetzt [131-138]. Die Schüler scheinen sich hierbei wohl auch unaufgerufen zu äußern. Daraufhin fordert die Lehrerin den »Melde-Ritus« wieder ein und macht zudem deutlich, dass ihr ein einfaches »ja« oder »nein« nicht ausreiche. Offenbar möchte sie eine ausführlichere Begründung herausarbeiten [140-141].

Die sich meldende Schülerin Carola wird aufgerufen [141.2]. Sie kann jedoch nicht zügig mit einer Antwort aufwarten: Nach einem ersten gedehnt ausgesprochenen w e i l räuspert sie sich und lässt dann noch zweimal das Füllwort äm folgen. Sodann sagt sie: das muss man ja wegnehmen \ von von der sieben \ wohl wegnehmen / dann sind es ja noch sieben \ [142,143].

Insgesamt wird Carolas Äußerung als eine Ablehnung von Jareks Vorschlag verstanden. Sie scheint hierbei jedoch eine sehr verhaltene Position einzunehmen. Ihre anschließenden Formulierungen, wie muss man ja wegnehmen bzw. wohl wegnehmen, weisen auf Versuche hin, nur eine eingeschränkte Verantwortung für diese ablehnenden Äußerungen übernehmen zu wollen. Sachlich scheint sie zu argumentieren, dass man einen Teilterm wie »sieben minus« als ein Wegnehmen von der Sieben zu verstehen hat und dass dabei das Ergebnis nicht größer als sieben sein kann.

Die Lehrerin bittet Carola nach vorne. Sie soll ihren Einwand noch einmal an der Rechenkette vorführen [144-146]. Carola hat hier nur eine eingeschränkte Wahl hinsichtlich des Veranschaulichungsmediums wie auch hinsichtlich der Verwendungsweise dieses Hilfsmittels.

Carola erklärt sodann mit Bezug auf die Rechenkette, dass man bei »minus null« gar keinen `weg`[zu]`nehmen braucht und dass es dann ja nur sieben` [sind], `wenn man keinen wegnehmen kann` [147-148]. Die Lehrerin bestätigt diese Darstellung [150]. Hiermit kommt gleichsam ein »formaler« Kritikpunkt an Jareks Aussage zum ratifizierten Abschluss: »sieben minus null« kann nur 7 und niemals 13 sein.

Danach versucht die Lehrerin offenbar noch ein wenig genauer ihre inhaltliche Vorstellung von Jareks Lösung zur Sprache bringen zu wollen: `von welcher Zahl hat Jarek nämlich sieben weggenommen \ .. damit dreizehn rauskommt ... ich mach das mal vor \` [150,151]. Fortfahrend zählt sie von dem schwarzen Ende der Rechenkette sieben Kugeln ab und erhält auf diese Weise die 13 Kugeln ihrer Ausgangsfragestellung.

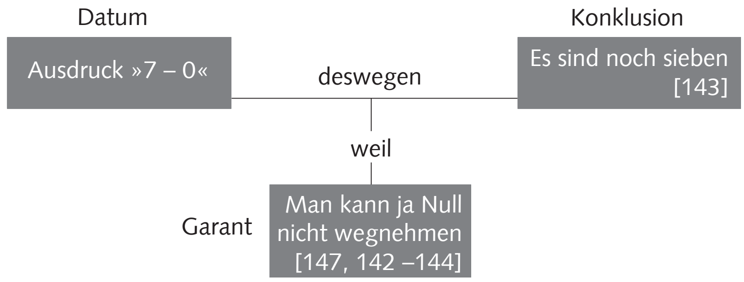
Hiermit bringt die Lehrerin zum ersten Mal ihre momentane Deutung von Jareks Lösungsvorschlag im Ansatz zur Sprache. Jarek ist ihrer Meinung nach von der vollen Zwanzigerrechenkette ausgegangen. Arithmetisch hat er also 20 – 7 = 13 gerechnet. In der Ausdehnung der Ausgangsfragestellung auf die volle Rechenkette sieht sie offenbar die Neuartigkeit von Jareks Antwort. Entsprechend stellt sie die Frage nach dieser Zahl Zwanzig: `von welcher Zahl hat Jarek nämlich sieben weggenommen \` [149-150]. In traditionellen schwierigkeitsgestuften Rechendidaktiken gelten Aufgaben dieser Art als die schwierigeren Subtraktionsprobleme, da die üblichen Zählstrategien von Kindern nicht leicht anwendbar sind: Es soll die Zahl gefunden werden, von der sieben rückwärtsgezählt 13 herauskommt; in einer verbreiteten arithmetischen Darstellung: __ – 7 = 13.

Erst in Zeile 163 kann Robert diese Frage beantworten: sieben von zwanzig. Die Zeilen 155 bis 161 werden hier als Phase einer gewissen Ratlosigkeit gedeutet. Die Lehrerin hält dabei demonstrativ die vollständige Rechenkette mit 20 Perlen hoch.

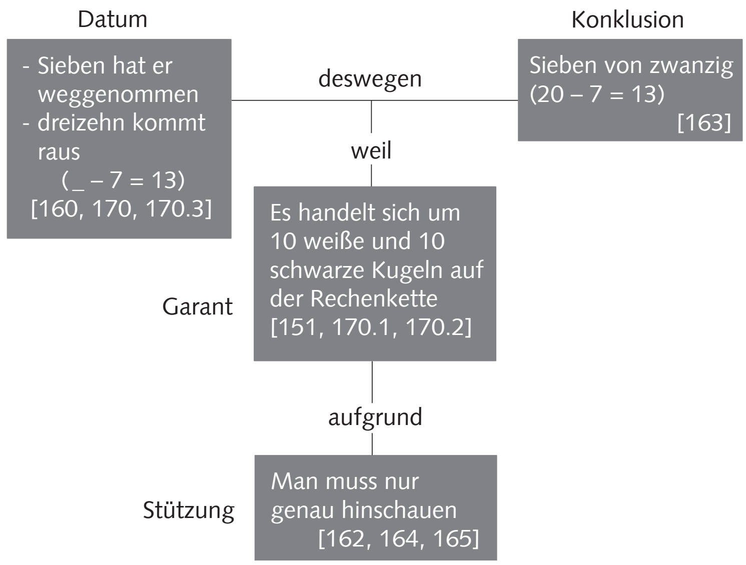
Robert soll über seine Äußerung aus [163] vor der Klasse berichten. Hierzu scheint es der Lehrerin sehr wichtig zu sein, dass er sich mit der hochgehaltenen Rechenkette für die restlichen Schüler gut sichtbar postiert. In [170] beginnt Robert offenbar, seine Äußerung aus [163] noch einmal darzustellen: Er zählt sieben Kugeln der Rechenkette ab. Die Lehrerin bestätigt Roberts Demonstration [170.1] und führt dann selbst noch einmal diesen Gedanken ausführlicher an der Rechenkette vor [170.1 – 170.3].

In dieser Szene lassen sich zwei Argumentationsstränge ausmachen:

- Carola trägt ein Gegenargument zu Jareks Lösung vor. Es handelt sich hier um eine Argumentation, die im Wesentlichen arithmetisch orientiert ist und die auf der »Standardauffassung« basiert, dass der Teilterm »minus null« ein »Nichts-Wegnehmen« bedeutet (Garant). Mit dieser Argumentation wird von Carola ein »Argumentationskern«, bestehend aus Datum, Konklusion und Garant, vollständig hervorgebracht:



- Von Robert wird unter Anleitung der Lehrerin ein weiterer, eher impliziter Grund angeführt, warum Jareks Antwort nicht akzeptiert werden kann [149-152, 163, 164, 170]. Die Lehrerin versucht den Zusammenhang zur Rechenkette noch weiter auszubauen: `von welcher Zahl hat Jarek nämlich sieben weggenommen \ .. damit dreizehn rauskommt` [149-150]. Die hier thematisierte Aufgabe ist __ – 7 = 13. Dabei rekurriert die Lehrerin auf die Möglichkeit, dass man den fehlenden Minuenden 20 an der Rechenkette durch genaues Hinschauen erkennen kann [162]: Sie führt dann die Rechenaufgabe 20 – 7 = 13 in ihrer Standarddarstellung an der Rechenkette deutlich vor und möchte diese als Rechensatz formuliert wissen. Robert kann die gesuchte Zahl 20 nach einer gewissen allgemeinen Ratlosigkeit »erblicken« [165]. Die Stützung, die auch auf der Anforderung »kann man sehen« aufbaut, wird von der Lehrerin in der nun mit Robert gemeinsamen Demonstration vorgeführt [170–170.3].



Fasst man die Konklusionen von Carola und Robert zusammen, erhält man eine umfassende Argumentation, warum Jareks Lösung so nicht akzeptabel ist; dabei werden jeweils Rechensätze formuliert und argumentativ gestützt, die im Widerspruch zu Jareks Aussage stehen.

3 Gestalten durch Interpretieren

Der Blick, der hier geschärft werden soll, richtet sich auf die Gestaltungsmöglichkeiten im konkreten Unterrichts*verlauf.* Sicherlich könnte man das vorgestellte Analyseverfahren auch im Rahmen einer Unterrichtsvorbereitung gebrauchen und z. B. verschiedene argumentative Herleitungen einer Aufgabenlösung auf Vollständigkeit und Überzeugungskraft überprüfen. In den eigenen Arbeiten wird hingegen dieses Analyseverfahren – wie am Beispiel dargestellt – auf tatsächlich stattfindenden Unterricht angewendet. Mit ihm kann man bestimmte argumentative Details des Unterrichtsgespräches genauer nachvollziehen und darauf aufbauend gegebenenfalls bestätigend oder korrigierend in den aktuellen Argumentationsprozess einwirken. Das Verfahren hilft, mit der Komplexität des mathematischen Unterrichtsalltags verständiger umzugehen.
Die detaillierte argumentationstheoretische Betrachtung des Unterrichtsalltags in der hier vorgestellten Art lässt erkennen, wie er »gestrickt« ist. Es werden die Handlungs- und Steuerungselemente für die Entwicklung eines vollständigen und überzeugenden Arguments ersichtlich, und dies wiederum eröffnet Möglichkeiten der gezielten Beeinflussung. Um im Bild des Strickmusters zu bleiben: Argumentationen im Unterricht können immer wieder nach demselben Strickmuster erzeugt werden. Das gibt zunehmend Sicherheit und eine hohe Geläufigkeit. Solche Fälle werden als *interaktionaler Gleichfluss* bezeichnet. Unter ihm läuft der Unterricht für alle Beteiligten reibungslos und ist somit im Hinblick auf die Energie- und Konfliktminimierung ökonomisch. Herab fallende Maschen, also Abweichungen vom Selbstverständlichen, werden als Strickfehler verstanden. Um den interaktionalen Gleichfluss, das bekannte Strickmuster, jedoch wieder herstellen zu können, werden die Maschen sogleich wieder bei hoher Konzentration aufgenommen und damit in das alte argumentative Muster zurückgeführt.
Wenn man Unterricht hingegen anders gestalten, anders stricken, möchte, dann muss man die Chance, die in solchen sich einstellenden Veränderungen im Interaktionsablauf enthalten sind, aufgreifen und in einer sich intensivierenden Auseinandersetzung im Unterricht weiter führen. Solche Situationen werden als *interaktionale Verdichtung* bezeichnet. Sie zeichnen sich u. a. durch eine Erhöhung der argumentativen Anteile und durch eine Erweiterung und Intensivierung der Schülerbeteiligung aus.
In unseren Analysen zum Mathematikunterricht fällt insgesamt auf, dass derartige interaktionale Verdichtungen zumeist von Schüleräußerungen ausgehen, die man als Garanten und manchmal auch als Stützungen einzustufen hat. Das vorgestellte Beispiel ist von dieser Art. Der Unterricht erhält gleichsam eine argumentative Tiefe, während im interaktionalen Gleichfluss in der Regel nur Argumente hervorgebracht werden, die aus der Schlusszeile »Datum deshalb Konklusion« bestehen. Hin und wieder wird von der Lehrperson ein Garant oder eine Stützung beigetragen. Ein solcher Unterricht klärt aus argumentativer Sicht nicht hinreichend die Gründe, warum die vorgenommenen Schlüsse zulässig sind. Mathematikunterricht vermittelt so nur wenige Einsichten in die logischen Strukturen der Mathematik und erschwert ein einsichtsvolles Lernen.
Diesen Alltag des interaktionalen Gleichflusses gilt es häufiger aufzubrechen. Nach unserem Verständnis wird die Fähigkeit zur Entwicklung und Erprobung von interaktionalen Verdichtungen am ehesten erworben, wenn die Beteiligten mit einer *veränderten Wahrnehmungsfähigkeit* Interaktionsverläufe im Unterricht in alternativenreicher Weise deuten. Die Möglichkeit des alternativen Gestaltens basiert auf der Fähigkeit eines

veränderten Wahrnehmens bzw. Interpretierens: Gestalten durch Interpretieren!
Entscheidend ist bei diesem Ansatz der Gesichtspunkt des Zuwachses an Autonomie des Lehrerhandelns. Einer Lehrkraft wird alternatives Unterrichtshandeln gelingen, wenn sie zunehmend mehr Spielräume für ihre Entscheidungen und Handlungsumsetzungen erkennt und hierdurch gleichsam autonomer handelt und sich weniger als Abhängige einer sich vollziehenden Unterrichtroutine versteht. Zunahme an Handlungsautonomie heißt aus unserer Sicht, dass man nicht Wert darauf legt, dass die Lehrkräfte Handlungsvorschläge von uns oder anderen Didaktikern im Sinne von Anleitungen möglichst getreu umzusetzen lernen. Vielmehr werden sie in die Lage versetzt, eigene Handlungsalternativen zum interaktionalen Gleichfluss zu entwickeln und zu erproben. Man unterscheidet hier zwischen einer Ausbildungskonzeption, die auf Handlungs*anleitungen* zielt, und solchen, die den Lehrkräften Ansätze zur Entwicklung eigener Handlungs*alternativen* ermöglichen.
Wer anderes oder mehr sieht, kann sich über mehr aus seinem Unterricht Gedanken machen und als Resultat daraus auch anders oder differenzierter handeln. In der Ausformung einer auf diese Weise weiterentwickelten Interpretationskompetenz sehen wir den Grundstein jedweder Veränderungsmöglichkeit des Unterrichtsalltags. Auf dieser Basis lassen sich dann auch neue Aufgaben, neue Zugänge zu Unterrichtsinhalten, neue Inhalte insgesamt oder gar ganz neuartige Aufgabenkulturen mit der Chance einer dauerhaft wirksamen Veränderung des Unterrichts einführen.

Anmerkungen und Anregungen

Seite 3 – 5: Wie lassen sich Begründungen, Erklärungen und Rechtfertigungen von Kindern im Mathematikunterricht analysieren?

Eine Einführung in die Argumentationsanalyse bietet

Kopperschmidt, J. (1989): *Methodik der Argumentationsanalyse.* Stuttgart-Bad Cannstatt: Frommann-Holzboog.

Eine lerntheoretische und mathematikdidaktische Einordnung nimmt Krummheuer vor, z. B. in

Krummheuer, G. (1992): *Lernen mit »Format«. Elemente einer interaktionistischen Lerntheorie. Diskutiert an Beispielen mathematischen Unterrichts.* Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

Krummheuer, G. u. Brandt, B. (2001): *Paraphrase und Traduktion. Partizipationstheoretische Elemente einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens in der Grundschule.* Weinheim: Beltz.

Krummheuer, G. u. Fetzer, M. (2005): *Der Alltag im Mathematikunterricht. Beobachten, Verstehen, Gestalten.* München: Elsevier, Spektrum Akademischer Verlag.

Die hier vorgestellte »Funktionalanalyse« einer Argumentation geht zurück auf

Toulmin, S. E. (1969): *The uses of argument.* Cambridge: Cambridge University Press; deutsch (1996): *Der Gebrauch von Argumenten.* Weinheim: Beltz Athenäum.

Zu dem »weiten« Begriff von »Äußerung«, der auch Handlungen mit Material und Inskriptionen umfasst, siehe auch:

Fetzer, M. (2007): *Interaktion am Werk. Eine Interaktionstheorie fachlichen Lernens, entwickelt am Beispiel von Schreibanlässen im Mathematikunterricht der Grundschule.* Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Selter, C. (1993): *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe.* Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.

Seite 5 – 9:
Ein Schüler begründet, warum seiner Ansicht nach sieben minus null dreizehn ist

Das Beispiel wird erstmals dargestellt in Krummheuer u. Brandt (a. a. O) S. 169 ff.

Die Grundlagen der hier zur Anwendung kommenden Analysemethode können nachgelesen werden in

Krummheuer, G. u. Naujok, N. (1999): *Grundlagen und Beispiele Interpretativer Unterrichtsforschung.* Opladen: Leske + Budrich. Ebenfalls unter http://www.uni-kassel.de/fb1/heinzel/fallarchiv/store_faelle/krummheuer_dreizehn.html (Webseitenaufruf am 25.9.2010)

Seite 10 und 11: Gestalten durch Interpretieren

Die Begriffe »interaktionaler Gleichfluss« und »interaktionale Verdichtung« werden erstmals eingeführt in Krummheuer u. Brandt (a. a. O), S. 56; eine weitere Darstellung ist in Krummheuer u. Fetzer 2005 (a. a. O) auf den Seiten 141 ff zu finden. Diese beiden Begriffe umfassen noch weitere Dimension als die der Argumentation. Dies sind die Themenentwicklung, die Stukturierung der Interaktion, die Partizipation der aktiv-handelnden Schüler und die Partizipation der nicht aktiv-handelnden Schüler. Genauere Ausführungen zu den Handlungsspielräumen der Schüler unter diesen unterrichtlichen Alltagsbedingungen sind nachzulesen bei

Brandt, B. (2004): *Kinder als Lernende. Partizipationsspielräume und -profile im Klassenzimmer.* Frankfurt a. M. u. a.: Peter Lang.

Die Auswirkungen für Kinder mit Migrationshintergrund zeigt

Schütte, M. (2009): *Sprache und Interaktion im Mathematikunterricht der Grundschule.* Münster, New York, München, Berlin: Waxmann.

Die Vorstellungen zum »Gestalten durch Interpretieren« findet man ebenda auf den Seiten 157 ff und beispielsweise auch in

Fetzer, M. u. Krummheuer, G. (2007): *»Gestalten durch Interpretieren.«* Päd Forum: Unterrichten Erziehen 35 / 26(4): S. 201 – 204.

Seite 14 und 15: Anhang 1, Analyse eines weiteren Beispiels

Die Analyse der Würfelaufgabe wird ausführlich und mit weiteren Deutungsalternativen dargestellt in

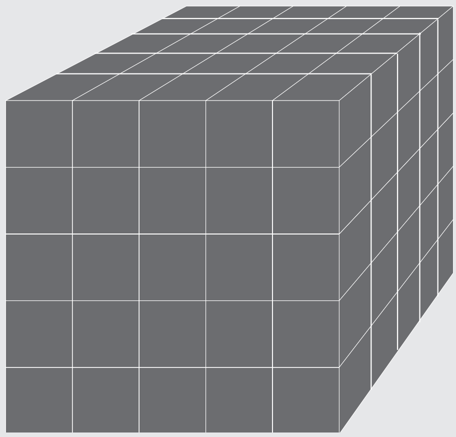
Krummheuer, G. (1997): *Narrativität und Lernen. Mikrosoziologische Studien zur sozialen Konstitution schulischen Lernens.* Weinheim: Deutscher Studien Verlag. S. 77 ff.

Anhang

1 Analyse eines weiteren Beispiels

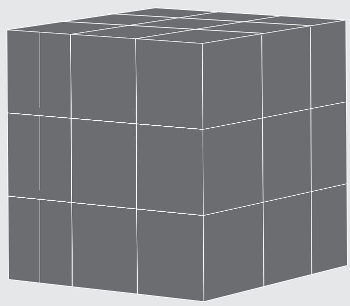
Es folgt ein weiteres Beispiel einer Analyse der Argumentation von zwei Drittklässlerinnen. Bevor sich der Leser mit dem folgenden Beispiel beschäftigt, möge er die folgende Aufgaben zuerst selbst lösen.

Ein großer Würfel ist aus kleineren, gleichgroßen Würfeln zusammengesetzt worden. Der große Würfel wird von außen schwarz angemalt. Wie viele der kleineren Würfel haben jetzt wenigstens eine angemalte schwarze Fläche?



Die Würfelaufgabe
Den Mädchen Linda und Esther wird folgende Aufgabe zu einem Würfel vorgelegt:

Stell dir vor, du hättest einen großen Würfel aus hellem Holz. Du würdest ihn ganz schwarz anmalen und dann so zersägen, wie es die Abbildung zeigt.
Frage: Wie viele Würfel hätten drei schwarze Seiten?

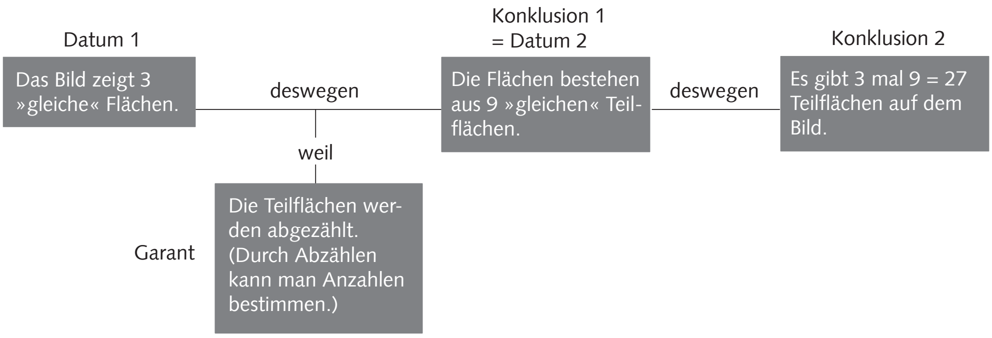


Die beiden Mädchen lösen die Aufgabe zunächst nicht den Erwartungen entsprechend. Dennoch unterliegt ihrem Lösungsweg eine Argumentation, die sich mit Hilfe des Toulminschen Analyseverfahrens rekonstruieren lässt.

3 4< 5	Linda Esther	*Zeigt auf Bild* Also drei Stück wart mal- *zählt die Würfel der Kanten* eins zwei drei vier fünf sechs sieben acht neun (.) drei mal neun´ drei sechs neun-
6< 7< 8	Linda Esther	*Nachdem sie 3 sec gerechnet hat* siebenundzwanzig *Rechnet flüsternd vor sich hin* Siebenundzwanzig\ *Schreibt 27 in die rechte obere Ecke des Zettels*
9		*Beide schauen zufrieden lächelnd zur Lehrerin*

10< 11<	Esther Linda	Machenwer noch eine/ Dürfenwer noch eine-
12	L	Und was habt ihr jetzt gemacht/
13 14< 15<	Linda Esther	*Kreist mit Zeigef. über Bild* Hm\ wir haben eine abgezählt und dann ham wir drei mal *Weiter nicht rekonstruierbar* Und dann ham wir drei malgenommen\

Man kann diesen Lösungsvorschlag auf recht unterschiedliche Weisen verstehen. Bedeutsam ist hier, dass auch die Erklärungen von Linda und Esther in den Zeilen 13 bis 15 keinen näheren Aufschluss darüber geben. Ihr Vorschlag ist im Wesentlichen eine Wiederholung des Lösungsprozesses, der für die beiden Mädchen selbsterklärend zu sein scheint. Die Logik ihres Ansatzes wird für die beiden Mädchen wohl nur bei Nachvollzug der Bearbeitungsschritte erschließbar.
Will man den argumentativen Aspekt aus diesem Bearbeitungsgespräch beschreiben, so muss man als Außenstehender zunächst eine Annahme darüber machen, was für die beiden Mädchen so überzeugend bei ihrer Lösung ist. Es lassen sich mehrere sinnvolle Deutungen finden. Hier wollen wir nur eine davon ausführen und an ihr die Argumentation verdeutlichen. Die beiden Schülerinnen sehen in der perspektivischen Zeichnung drei Flächen, die jeweils in neun Teilflächen zerlegt sind. Diese zählen sie an einer Fläche ab. Sie schließen daraus, dass 3 x 9 = 27 die Lösung der Aufgabe ist.
Es liegt eine mehrgliedrige Argumentation vor. Zum ersten Schluss lässt sich noch ein Garant rekonstruieren. Der zweite Schluss ist offenbar so naheliegend für die beiden Schülerinnen, dass die Nennung eines Garanten unterbleibt. Es liegt hier die Grundvorstellung der räumlich-simultanen Mengenvereinigung für die Multiplikation vor.



2 Transkriptionsregeln

1. Spalte	2. Spalte	3. Spalte
Zeilennummerierung	Name	verbale Äußerung + *nonverbale Aktivität*

1. Spalte: Hier ist die (fortlaufende) Zeilennummerierung vermerkt. Die Nummerierung verweist auf die Zeilen im Original-Transkript. Während des Arbeitsprozesses hat sich mitunter eine Erweiterung der Nummerierung ergeben, z. B. ist 29.1 eine Ergänzung, die auf die neunundzwanzigste Zeile der Erstfassung folgt. Teilweise wurden auch Zeilen gestrichen, z. B. wenn der Kommentar bzw. die Beschreibung der nonverbalen Ak-

tivitäten Interpretationen enthielten. Dadurch ergeben sich Sprünge in der Zeilennummerierung.

2. Spalte: Hier sind die (geänderten) Namen der aktiv an der Interaktion Beteiligten verzeichnet, soweit diese den Videoaufzeichnungen zu entnehmen sind.

3. Spalte: Sie enthält
1. die verbalen Äußerungen (Schriftart hier Courier New normal) ohne Beachtung der Zeichensetzung; diese Äußerungen werden durch paraverbale Informationen, z. B. Betonung und Prosodie, ergänzt (s. u.). Nicht zweifelsfrei verständliche Äußerungen sind in Klammern gesetzt; gänzlich unverständliche Äußerungen sind durch *(unverständlich)* angegeben und
2. die nonverbalen Aktivitäten der Beteiligten *(Courier New kursiv)*. Das Ende einer derartigen Aktivität wird ggf. mit + angezeigt, z. B. zeigt Wayne während der folgenden Äußerung bis einschließlich siebzehn wiederholt auf die Kästchen des Arbeitsblattes:

452	Wayne	guck mal \ hier ist doch *auf die Kästchen zeigend* zwölf dreizehn vierzehn
453		fünfzehn sechzehn siebzehn + und hier / in diese Kästchen immer zehnsf

Paralinguistische Sonderzeichen
Durch die folgenden Sonderzeichen werden die paraverbalen Informationen gekennzeichnet:

.	Pause (max. 1 sec.)
..	Pause (max. 2 sec.)
...	Pause (max. 3 sec.)
\	Senken der Stimme
-	Stimme bleibt in der Schwebe
/	Heben der Stimme
denn	fett für starke Betonung
j a a	gesperrt für gedehnte Aussprache

Schließt eine Äußerung unmittelbar an die vorhergehende an, so wird dies mit # markiert, z. B.:

40	Sabrina	Aja \ Aja \ #
42 43	*Aja steht noch hinter der Lehrerin, die mit einem anderem Kind beschäftigt ist. Auf Sabrinas Rufen dreht sie sich um und kommt zum Tisch zurück.*	
44	Patrick	# (Sabrina) hier kommt nicht siebzehn raus \ *radiert*

Bei einer Redeüberschneidung der Äußerungen ähnelt die Schreibweise der von Partituren in der Musik; die parallel zu lesenden Zeilen sind vor den Namen durch spitze Klammern (<) gekennzeichnet, z. B.:

454	< Efrem	und diese Kästchen immer auch drei vier fünf sechs
455	< Wayne	ja \ ja \ *klopft mit seinem Stift auf den*

Partner des Programms *SINUS an Grundschulen*

Programmträger: IPN, Kiel
Projektleitung: Prof. Dr. Olaf Köller
www.ipn.uni-kiel.de

SINUS an Grundschulen
Projektkoordination am IPN: Dr. Claudia Fischer
Tel. +49(0)431/880-3136
cfischer@ipn.uni-kiel.de
www.sinus-an-grundschulen.de

Programmkoordination für die Länder durch das
Ministerium für Bildung und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein (MBK)
Dr. Kai Niemann
www.schleswig-holstein.de/MBK/DE/MBK_node.html

Serverbetreuung: Deutsches Institut für Internationale
Pädagogische Forschung (DIPF)
www.dipf.de

ISBN für diese Handreichung
978-3-89088-205-5