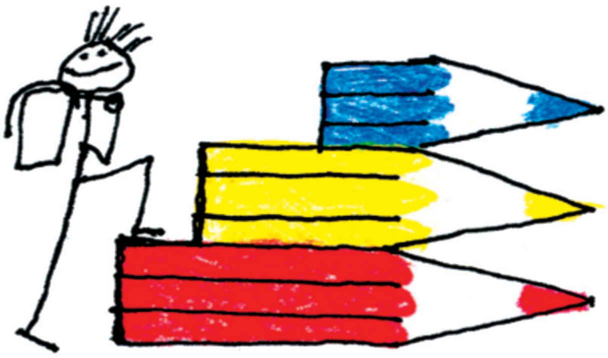
Handreichungen des Programms *SINUS an Grundschulen*

Mathematische Zusammenhänge vorausschauend deuten und rückblickend betrachten

Anregungen zum jahrgangsgemischten Mathematikunterricht in der Schuleingangsphase

Marcus Nührenbörger



SINUS an Grundschulen

Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

Mathe

Mathematik

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung 3
1.1 Beispiel für gemeinsames Mathematiklernen über zwei Jahrgänge hinweg ... 4
1.2 Ausgewählte Erkenntnisse zum jahrgangsgemischten Mathematikunterricht 7
1.3 Zentrale Konzepte des jahrgangsgemischten Mathematikunterrichts 9

2 Die Rolle der Lehrkraft im gemeinsamen jahrgangsgemischten Mathematikunterricht 11
2.1 Organisation von parallelisierten Lernprozessen 12
2.2 Moderation von gemeinsamen Lerngesprächen 13

3 Beispiel für ein gemeinsames Aufgabenformat 14
3.1 Stofflicher Hintergrund zum Aufgabenformat Rechenhäuser 14
3.2 Unterrichtliche Anregungen zu Rechenhäusern 15

4 Fazit 17

Literaturverzeichnis 18
Anhang 20

Impressum

Marcus Nührenbörger
Mathematische Zusammenhänge vorausschauend deuten und rückblickend betrachten

Publikation des Programms *SINUS an Grundschulen*
Programmträger: Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) an der Universität Kiel
Olshausenstraße 62
24098 Kiel
www.sinus-an-grundschulen.de

Projektleitung: Prof. Dr. Olaf Köller
Projektkoordination: Dr. Claudia Fischer
Redaktion u. Realisation dieser Publikation: Brigitte Dedekind, Tanja Achenbach
Kontaktadresse: info@sinus-grundschule.de

ISBN: 978-3-89088-210-9

Nutzungsbedingungen

Marcus Nührenbörger

Mathematische Zusammenhänge vorausschauend deuten und rückblickend betrachten

Anregungen zum jahrgangsgemischten Mathematikunterricht in der Schuleingangsphase

1 Einleitung

Jahrgangsgemischte Klassen sind im Zuge der Flexibilisierung der Eingangsstufe in den letzten Jahren an verschiedenen Grundschulen auf unterschiedlichste Weise eingerichtet worden – gerade auch, um die Heterogenität der Kinder gezielt als Lernanregung für alle Kinder aufzugreifen: »Denn die Ressourcen- und Expertenvielfalt in der altersgemischten Klasse eröffnet eine Vielzahl von Möglichkeiten, wie Kinder konstruktiv miteinander und voneinander lernen können« (Burk, de Boer u. Heinzel, 2007, S. 13).
Mit Blick auf die Gestaltung des Mathematikunterrichts bietet sich auf Grund der vielfältigen mathematischen Kompetenzen in der Klasse eine Orientierung an konstruktiven Ansätzen zum Umgang mit Heterogenität an.[1] So weist beispielsweise Freudenthal (1978, S. 64) auf die Herausforderungen für leistungsstärkere Kinder hin, die gemeinsam mit Kindern anderer Fähigkeiten mathematisch arbeiten: »Für die Stufenbildung im mathematischen Lernprozess ist es, wenn nicht bezeichnend, so doch eine nicht seltene Begleiterscheinung, dass die auf niederer Stufe betätigte Mathematik auf höherer Stufe zur betrachteten Mathematik wird. […] Das Erkennen der Stufe kann im Lernprozess viel bedeuten; der abgeschlossene Lernprozess selber wird dann zum Gegenstand der Betrachtung im weiteren Lernprozess. […] Man lernt noch wichtiges hinzu, wenn man das Lernen eines Gegenstandes bei anderen beobachtet, während man ihn selber schon beherrscht; man versteht, wie ein anderer lernt, ahnt, wie man selber gelernt hat, objektiviert die Tätigkeit auf niederer Stufe, um sie bewusster wiederholen zu können, auch wenn man sie inzwischen mechanisiert und algorithmisiert hat.«
Interaktive Lernprozesse zwischen Kindern bedürfen zugleich aber auch der Vorbereitung, Begleitung und Anregung der Lehrkraft. Dies schließt sowohl die Inszenierung geeigneter Aufgaben als auch die Initiierung reichhaltiger *Diskurse* über mathematische *Beziehungen* ein, die *differenzierte individuelle Lernprozesse* ermöglichen.
Charakteristisch für den jahrgangsgemischten Mathematikunterricht ist aber nicht allein die Streuung an mathematischen Kompetenzen in der Lerngruppe, sondern auch die Heterogenität der schulmathematischen Erfahrungen und des schulisch aufgebauten

[1] Vgl. hierzu auch die Handreichung des Programms *SINUS an Grundschulen:* Krauthausen u. Scherer, 2010.

Wissens. So befinden sich Kinder, die das erste Mal im Unterricht verschiedene Rechenwege miteinander in Beziehung setzen, ebenso in der Klasse wie Kinder, die dieses Thema im Jahresrhythmus wiederholt erfahren und somit vertiefen und üben.
Welche Lernmöglichkeiten bieten sich aber Kindern mit unterschiedlichen schulmathematischen Erfahrungen? Diese Frage wird im Folgenden an einem Beispiel aus der Arbeitsphase des regulären Anfangsunterricht einer Klasse 1 / 2 einleitend erörtert: Zwei Kinder aus benachbarten Einschulungsjahrgängen etablieren bei der gemeinsamen Arbeit an einer Aufgabe mathematische und soziale Strukturen und nutzen diese für individuelle Lernprozesse. Im Anschluss daran werden zentrale Erkenntnisse zusammengefasst und methodische Konzepte zum Umgang mit Heterogenität in jahrgangsgemischten Klassen diskutiert.[2]

1.1 Beispiel für gemeinsames Mathematiklernen über zwei Jahrgänge hinweg

SÖNKE und erwin[3] erhalten gemeinsam den Auftrag, additive Zerlegungen der 8 (sowie auch der 14 und selbstgewählter Dachzahlen) auf Streifen zu notieren – kurz: Zahlenhäuser herzustellen. Von Beginn an initiiert SÖNKE als jahrgangsälterer Schüler eine »kooperativ-gleichberechtigte Partnerarbeit«, in der erwin aktiv in den Auswahlprozess mit einbezogen wird.

Koordination der gemeinsamen Arbeit

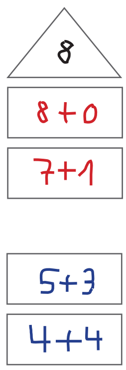
1	S	Wer fängt an, du ähm? Acht plus null
2	e	Nee, ich mach füüünf *(notiert »5«)*
3	S	Kannst auch was anderes machen.
4	e	plus, fünf plus (. .) drei *(notiert »+3«)*
5	S	Fünf plus drei *(schiebt den Streifen unter die Dachzahl, lässt dabei eine Lücke)*. Acht
6	e	Acht plus null kann man auch machen.
7	S	Acht plus null *(notiert »8+0«)*. So, das ist dann die erste Aufgabe *(schiebt 8+0 direkt unter die Dachzahl)*. Deine ist irgendwo hier *(schiebt 5+3 etwas nach unten)*

Ohne seinem Mitschüler die Entscheidungsfreiheit vollständig aus der Hand zu nehmen, organisiert SÖNKE die *sozialen Prozesse* ihrer Partnerarbeit: Beide Kinder sind abwechselnd beteiligt, erwin hat den Vorrang bei der Aufgabenfindung inne. Zugleich verantwortet SÖNKE den Prozess der *mathematisch-inhaltlichen* Tätigkeit: Er weist auf eine mögliche Startaufgabe (8+0) hin. Dieses Angebot, das nicht allein eine Hilfestellung für erwin darstellen muss, gibt die strukturelle Richtung der Bearbeitung vor: Die Zerlegungen des Zahlenhauses können geordnet werden.
Die Szene weist ferner auf ein weiteres Detail der Zusammenarbeit hin: Die *Interaktionsrollen* der Kinder sind trotz ihrer unterschiedlichen schulmathematischen Erfahrungen nicht eindeutig festgelegt, sondern eher *fragiler* Natur. Erwin wählt eine eigene

[2] Die Ausführungen in diesem Modul ergänzen die Modulbeschreibung des Programms SINUS-Transfer Grundschule, Modul G8: Nührenbörger u. Verboom, 2005.
[3] Der jahrgangsältere Schüler wird stets durch Großbuchstaben gekennzeichnet, während der jahrgangsjüngere Schüler klein geschrieben wird.

Zerlegung (5+3), die möglicherweise auf dem Wissen um die Bedeutung der Zahl »5« (»Kraft der Fünf«) ruht. Auf die von SÖNKE vorgeschlagene Zerlegung (8+0) weist er hingegen hin, als dieser am Zug ist. Er demonstriert auf der sozialen Ebene Eigenständigkeit und Aktivität sowie auf der fachlichen Ebene mathematische Kompetenz.
In Folge der Notation der Startaufgabe (8+0) zeichnet sich die sich aus der Interaktion mit dem jahrgangsjüngeren Schüler ergebende neue Herausforderung für SÖNKE ab: Er findet nicht allein – was ihn ja unterfordern würde – Zerlegungen zur Dachzahl 8, sondern setzt vielmehr unterschiedliche Zerlegungen in strukturelle Beziehungen zueinander. Er klassifiziert 8+0 als »erste Aufgabe«, während 5+3 lediglich qualitativ geordnet werden kann (»irgendwo hier«). Dadurch antizipiert er bereits die Lücke für eine weitere Zerlegung, die in unmittelbarer Nachbarschaft zu »8+0« liegen kann.

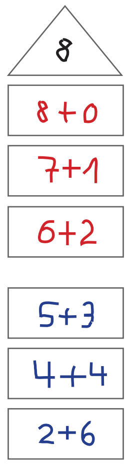
Reflexive Betrachtung mathematischer Strukturen

	S	Jetzt bist du wieder dran (.) Mach irgendeine, die ich wir hier noch nicht stehen. Kannst auch vier plus vier machen, welche du willst.	
8	e	Aha, vier plus vier. *(notiert »4+4«)*	
9	S	Ähm (.) fünf plus drei, dann kommt da drunter vier plus vier *(legt »4+4« unter 5+3)*. Äh da drüber *(zeigt oberhalb von 5+3)* Sieben *(notiert »7+1«)* eins. *(legt den Streifen unter 8+0)*. Und zwar, ich muss mal kurz rechnen	
10	e	Äh, mir fällt keine Aufgabe mehr ein.	
11	S	Sechs plus zwei *(leise, tippt unter 7+1)*. Da, da kommt noch eine hin *(zeigt auf die Lücke zwischen 7+1 und 5+3)*	
12	e	Ich bin *(notiert »2+6«)*	
13	S	Zwei plus sechs. Die Verdopplungsaufgabe, die hier hin gehörte *(zeigt auf die Lücke zwischen 7+1 und 5+3)*. Das ist gut *(legt die Aufgabe mit etwas Abstand unter 4+4)*.	

SÖNKE schlägt seinem Mitschüler die Zerlegung 4+4 vor – diese folgt direkt 5+3. Erwin greift die Idee auf; womöglich fällt ihm so schnell keine weitere Aufgabe ein. SÖNKE wiederum ordnet die Aufgabe in die von ihm gedachte Struktur ein. Schritt für Schritt konstruiert er ein sichtbares Bild der in Beziehung zueinander stehenden Zerlegungen. Die aktuellen Zerlegungen zur Zahl 8 betrachtet er *reflexiv* und setzt sie in Beziehung mit seinem alten Wissen über die mathematische Struktur der Konstanz der Summe. Laut denkend lässt er erwin an seinen strukturellen Überlegungen teilhaben und bietet ihm somit eine erkenntnisorientierte Hilfe an. Mit dem Hinweis »Da kommt noch eine hin« offenbart er einen Blick auf die Folge der Beziehungsgleichheiten (8+0, 7+1, 6+2, 5+3 und 4+4), die in erwins *Zone der nächsten Entwicklung* liegen könnten.
Erwin wählt aber 2+6. Offensichtlich greift er die genannten Zahlen auf, um eine weitere Aufgabe mit dem Ergebnis 8 zu konstruieren, ohne aber zugleich die Beziehungsgleichheiten *zwischen* den Aufgaben zu erkennen. SÖNKE deutet diesen Vorschlag, der seinen Erwartungen nicht entspricht, kompetenzorientiert. Mit anderen Worten, er »übersetzt« erwins Idee mit Blick auf die von ihm angedachte Aufgabe 6+2 und kennzeichnet diese mit dem Begriff »Verdopplungsaufgabe«. Offensichtlich möchte er auf die je doppelt verwendeten Summanden der Zerlegung hinweisen.

Antizipierende Vorausschau mathematischer Strukturen

14	e	Bin ich jetzt dran?
15	S	Nee, jetzt bin ich eigentlich dran.
16	e	Und danach fällt mir keine Idee mehr ein
17	S	Doch, es kommen aber noch welche. Ich kann dir ja helfen. Neun Zahlen kommen dahin. Immer eine mehr. Das hat Ben uns letztes Jahr erklärt.
18	e	Mir fällt keine Zahl mehr ein.
19	S	*(notiert »6+2«, legt die Aufgabe zwischen 7+1 und 5+3)* Jetzt kommen aber noch, dir müssten aber noch (. .) eins zwei *(tippt zwischen und unter den Aufgaben)* noch noch du eine und ich eine (.) Zahlen oder vielleicht noch äh ich muss mal kurz rechnen. (. .) Nee, noch drei. Noch du eine, ich eine und du eine (.) Welche passt denn hier zwischen *(tippt auf 4+4 und 2+6)*? (. . .) Welche ist denn da zwischen *(tippt auf 6+2 und 4+4)*?
20	e	(...) Jaa, ich
21	S	Die Verdopplungsaufgabe davon *(tippt auf 5+3)* passt dazwischen *(tippt zwischen 4+4 und 2+6)*.
22	e	Einfach das gleiche nur andersrum?
23	S	Ja
24	e	Dann weiß ich, ah null plus acht *(notiert »0+8« auf einem leeren Streifen)*. Ausver, bei mir wird die Acht öfter schief.



Während erwin deutlich macht, dass er keine weitere »Idee« für eine passende Aufgabe hat, weist SÖNKE auf weitere Zerlegungen hin. Er bringt hier – wie ein »Anwalt des Lehrers« – seine bereits gewonnenen schulischen Erfahrungen mit Zahlenhäusern aus dem Jahr zuvor ein und erklärt, dass das Zahlenhaus nicht allein mit einer spezifischen Struktur gefüllt werden kann, sondern dass es zudem eine spezifische Anzahl an Aufgaben gibt, die in Abhängigkeit zur Dachzahl steht.
SÖNKE ist sich seiner Rolle als aktiver Helfer bewusst. Dies schärft sein Wissen um die Anzahl aller möglichen additiven Zerlegungen: Er erinnert sich an eine Mitteilung seines Lehrers Ben aus dem Jahr zuvor und weist auf die Anzahl der Zerlegungen hin; er nutzt an Stelle von »Zerlegungen« den vertrauteren und in einem ähnlichen Sinne gedeuteten Ausdruck »Zahlen«. Erwin kann diesen Hinweis allerdings nicht *anschlussfähig* deuten, denn er orientiert sich an den bisher verwendeten Zahlen (von 0 bis 8) und sucht einen weiteren Summanden als Zahl für eine Zerlegung.
SÖNKE wählt 6+2 (als Tauschaufgabe zur 2+6) und sortiert diese seiner Zahlenhausstruktur entsprechend ein. Er untersucht, wer noch welche Aufgabe notieren kann. Dazu orientiert er sich zunächst an 2+6 und den Lücken im Muster. Anschließend zeigt er sich irritiert und zieht sein Wissen um die Gesamtanzahl der Zerlegungen hinzu. Er »rechnet« aus, wie viele Zerlegungen noch nicht notiert worden sind und überträgt seine Lösung auf die Verteilung des Arbeitsprozesses. Zwei strukturelle Ideen zur Konstruktion weiterer Zerlegungen werden von ihm artikuliert: Welche Aufgabe passt dazwischen? Wie lautet die Tauschaufgabe? Erwin greift den zweiten Hinweis auf und handelt mit SÖNKE den Begriff »Verdopplungsaufgabe« aus. Er lernt, dass eine Verdopplungsaufgabe die gleichen Zahlen in umgekehrter Reihenfolge enthält.

Dieser von den Kindern eigenständig gesteuerte Konstruktionsprozess der Benennung von Tauschauaufgaben führt zu einer unkonventionellen Deutung des Begriffes »Verdopplungsaufgabe«. Auch wenn an dieser Stelle die Konvention nicht angesprochen werden kann, sollte diese während der Reflexion auch thematisiert werden. Mit anderen Worten: Im Zuge der Verständigung werden von den Kindern mathematische Beziehungen begriffen und zugleich mit Begriffen gedeutet. Die interpersonale Bedeutung der Begriffe wird im Konstruktionsprozess ausgehandelt und kann mitunter eher unkonventioneller Art sein. Die korrekte, konventionelle Bedeutung der Begriffe erklärt sich hingegen im Zuge weiterer Gesprächsphasen mit anderen Kindern der Klasse und eben auch mit der Lehrkraft.

Aufgaben zum Deuten, nicht zum Rechnen
Im weiteren Verlauf der Szene finden beide Kinder nach und nach die weiteren fehlenden Zerlegungen. Daher soll bereits an dieser Stelle zusammengefasst werden: Im Mittelpunkt der Entwicklung des gemeinsamen Mathematiklernens steht hier die Aushandlung von Beziehungsgleichheiten zwischen Termen, während isolierte Konstruktionen von Aufgaben zum Ergebnis 8 in den Hintergrund geraten. Erwin deutet erste strukturelle Beziehungen zwischen verschiedenen Aufgaben. SÖNKE sieht sich hingegen herausgefordert, Beziehungen zwischen dem Wissen um die Anzahl an Zerlegungen für eine Zahl und der Idee über eine hierarchische Anordnung der Zerlegungen auf neue Weise zu konstruieren und zu artikulieren. Dazu verknüpft er zwei verschiedene Ordnungsideen miteinander:

1 zwei »Tauschaufgaben« werden gemeinsam betrachtet
2 zwei aufeinander folgende Aufgaben unterscheiden sich gegensinnig um +/-1 (Die Zahlenfolge geht wie in einem »Aufzug« auf und ab).

Im weiteren Verlauf der Unterrichtsstunde kommen alle Kinder der Klasse mit ihren Zahlenhäusern zusammen, so dass gemeinsam die individuellen Erkenntnisse über mögliche Zerlegungen auf unterschiedliche Weise zusammengefasst, verglichen und erweitert werden können:

a mit Blick auf mögliche Ordnungskriterien wie z. B. Tauschaufgaben oder benachbarte Aufgaben,
b mit Blick auf die Anzahl der gefundenen Zerlegungen in Relation zur ausgewählten Dachzahl und
c mit Blick auf benachbarte Dachzahlen (und damit verbunden auf die Erweiterung bzw. Veränderung der gefundenen Zerlegungen) sowie auf weitere Dachzahlen.

1.2 Ausgewählte Erkenntnisse zum jahrgangsgemischten Mathematikunterricht

Das eingangs illustrierte Beispiel zeigt auf, dass jahrgangsgemischte Klassen einen weiten Rahmen an sozialen und kognitiven Erfahrungen in der Begegnung zwischen Kindern schaffen können, die über mehr oder weniger Schulerfahrung verfügen.[4] Diese Erkenntnisse finden sich auch in positiven Erfahrungsberichten aus Erprobungsschulen

[4] Deutlich wird zudem, dass sowohl jüngere als auch ältere Kinder über gewisse soziale Erfahrungen (wie z. B. aufeinander eingehen, gegenseitig zuhören, andere Partner akzeptieren) verfügen, die ihrerseits interaktive Lernprozesse erlauben und nicht in einer Fehlform einseitig geprägten, linearen Helfens ausartet.

zum jahrgangsgemischten Mathematikunterricht wieder. Allerdings decken sie sich auch nicht vollständig mit anderen, eher psychologisch orientierten Studien. Dies ist nicht verwunderlich, fokussieren diese Studien neben sozialen Fähigkeiten vor allem einzelne inhaltsbezogene Fertigkeiten (vgl. für einen Überblick: Hanke, 2007). Wird hingegen der Blick weniger auf produktorientierte Ermittlungen von Ergebnissen, sondern auch auf die interaktive Konstruktion von Beziehungen zwischen Aufgaben gerichtet, kann sich ein Potenzial für fundamentale mathematische Lernprozesse ergeben.

Interaktionsprozesse zwischen Schülern
In dem skizzierten Beispiel erhält erwin in der *antizipierenden Vorausschau mathematischer Strukturen* neue Lernanregungen, die es ihm erlauben, erste Ideen zu entwickeln, die auf die Zukunft, auf die »Zone der nächsten Entwicklung« (vgl. Vygotsky, 1969) hin ausgerichtet sind. Mit der Begrifflichkeit der »Zone der nächsten Entwicklung« wird hier auf das Gebiet der nicht ausgereiften, jedoch noch reifenden Lernprozesse verwiesen. Mit anderen Worten, jahrgangsjüngere oder noch nicht so kompetente Kinder können in der Zusammenarbeit mit im Lernprozess weiter fortgeschrittenen Kindern ihre Kenntnisse und Einsichten über die jeweiligen Lerninhalte erweitern und die Bedeutung ihres aktuellen Wissens für zukünftige Lernsituationen erkennen.
Hingegen erfährt SÖNKE, der mit erwin an einer Aufgabe arbeitet, die zum klassischen Kanon des 1. Schuljahres gehört, womöglich gerade aus der Beschäftigung mit dem Aufgabenformat im Rahmen einer »jahrgangsübergreifenden Partnerarbeit« spezifische Anregungen zur Förderung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen: Die *reflexive Betrachtung mathematischer Strukturen* kann jahrgangsältere Schüler auf inhaltlicher Ebene herausfordern, Zahlbeziehungen neu zu durchdenken und zu verstehen, Gesetzmäßigkeiten in operativen Serien zu erkennen, beschreiben und darzustellen. Mit anderen Worten, das vertiefende Durchdringen von Lerninhalten kann jahrgangsälteren Kindern die Möglichkeit bieten, mathematische Ideen in der Rückschau zu »betrachten« und Beziehungen zwischen alten und neuen Denkvorgängen zu schaffen. Mit dem Begriff der »betrachteten Mathematik« umschreibt Freudenthal (1978, S. 64) die Form der Reflexion, mit der »die auf niederer Stufe betätigte Mathematik auf höherer Stufe zur betrachteten Mathematik wird.«
Die Gelegenheit, auf den eigenen früheren Lernprozess zurückzublicken, diesen in Ansätzen noch einmal nachzuvollziehen, diesen mit den Ideen der jahrgangsjüngeren Kinder zu vergleichen und schließlich bewusst zu reflektieren, ist von besonderer Bedeutung für den Erwerb neuen mathematischen Wissens.[5] Denn hierzu muss »der Lernende aktiv eine Umstrukturierung des bekannten Wissens vornehmen und eine neue Beziehungsstruktur selbstständig konstruieren« (Steinbring, 1993, S. 116).
In diesem Sinne löst die Betrachtung von Mathematik reflexive Prozesse der Um- und Neudeutung mathematischer Beziehungen aus, die vom Erinnern an spezifische Fakten oder Verfahren unterschieden werden können. Mit Blick auf den jahrgangsgemischten Unterricht sind hiermit nicht die eher pädagogisch-psychologischen Elemente der Bedeutung des Generationenwechsels vom jahrgangsjüngeren zum jahrgangsälteren Kind

[5] Vgl. hierzu auch den drittten Anforderungsbereich »Verallgemeinern und Reflektieren« der Bildungsstandards Mathematik für die Grundschule (Walther, Selter u. Neubrand, 2007)

gemeint (vgl. Heinzel, 2007).[6] Vielmehr können ältere, schulerfahrene Kinder herausgefordert werden, »eigene Gedanken und Erkenntnisse zu verbalisieren. In diesem Prozess wird vorhandenes Wissen vor der Weitergabe an andere reflektiert und umorganisiert und erfährt im Erklärungsprozess eine Ausdifferenzierung. Für die schulerfahrenen Kinder eröffnet ein möglicher Rückblick auf einen bereits durchlaufenen Lernprozess Reflexionsmöglichkeiten auf der Meta-Ebene« (Nührenbörger u. Pust, 2006, S. 64). Allerdings besteht auch die Gefahr, dass durch festgelegte soziale Rollen zwischen den Kindern interaktive Wissenskonstruktionsprozesse gehemmt oder gar blockiert werden; z. B.

- wenn Ideen von jahrgangsjüngeren Kindern nicht weiter fortgeführt werden, weil ein jahrgangsälteres Kind eine andere Idee hat, und
- wenn jahrgangsältere Kinder kleinschrittige Anweisungen zum Mathematiklernen formulieren, die das jahrgangsjüngere Kind »verständnislos« befolgen soll.

Interaktionsprozesse mit Schülern
Mathematische Lernprozesse unterliegen somit keiner Garantie, wenn zwei Kinder aus benachbarten Einschulungsjahrgängen an einer Aufgabe sitzen. Vielmehr bedarf es neben sozialen Erfahrungen und der fachlichen Offenheit und Struktur auch der inhaltlichen und sozialen Begleitung durch die Lehrkraft (s. hierzu auch Abschnitt 2.2). Begleitung heißt an dieser Stelle die Initiative und Verantwortung der Lehrkraft,

- Arbeitsprozesse der Kinder auf der Grundlage diagnostischer Einschätzungen im Unterrichtsprozess zu unterstützen oder gar anzustoßen und
- gerade diese Prozesse im Zuge anschließender Reflexionen aufzugreifen und fachlich sowie sprachlich gezielt zu bündeln, bewusst zu machen und schließlich zu erweitern.

Allerdings besteht auch hier die Gefahr, dass Lehrkräfte vorschnell mit jahrgangsälteren Kindern in den fachlichen Diskurs treten und die jahrgangsjüngeren Kinder weniger zum Diskurs anregen.

1.3 Zentrale Konzepte des jahrgangsgemischten Mathematikunterrichts

In der schulischen Praxis haben sich vor allem drei zentrale Konzepte der Gestaltung jahrgangsgemischten Mathematikunterrichts durchgesetzt: a) Individualisierter Unterricht, b) Abteilungsunterricht und c) gemeinsamer Unterricht. Alle drei Konzepte sind davon getragen, dass Lehrkräfte gängige Routinen eines womöglich am Klassendurchschnitt orientierten Unterrichts aufbrechen und – wie Zoglowek (1998, S. 223) als Resümee seiner Studien schloss – »mehr differenzierende und individualisierende Unterrichtsformen gebrauchen.« Auch wenn die verschiedenen Formen der inneren Differenzierung hilfreich bei der Initiierung individueller Lernprozesse sein können und auch Kinder vor Über- und Unterforderung bewahren mögen, so sind auf wesentliche Schwierigkeiten und Gefahren hinzuweisen.[7]

[6] Die Kooperation in jahrgangsgemischen Gruppen impliziert (gerade zu Beginn der Klasse) eine bewusste Wahrnehmung der eigenen Rolle im Verhältnis zum »Schulalter«. Die Bewusstheit eines »altersgemäßen Auftrags« kann soziale Lernprozesse fördern und die Autonomie der Kinder beim Lernen unterstützen (vgl. Heinzel, 2007).

[7] Vgl. hierzu auch die Handreichung des Programms *SINUS an Grundschulen:* Krauthausen u. Scherer, 2010.

a *Individualisierter Unterricht:* Plakativ formuliert werden hierbei unterschiedliche Aufgabenstellungen und Lernhefte den Kindern angeboten, die diese in einer spezifischen Reihenfolge und im Rahmen eines bestimmten Zeitfensters bearbeiten sollen (vgl. Kucharz u. Wagener, 2007). Die Auswahl der Aufgabenstellungen für das *einzelne* Kind kann zwar vom Kind aus geschehen, allerdings wählt es in der Regel eine Aufgabenstellung, die vorab von der Lehrkraft oder dem Lehrmittelverlag einem *vermeintlichen Schwierigkeitsgrad* zugeordnet wurde. Die Gefahr besteht somit auf zwei Ebenen: Zum einen nivelliert ein Unterricht, der das Lernen vereinzelt, die Bedeutung der Kommunikation für individuelle Lernprozesse. Zum anderen suggeriert die variable Schwierigkeitsstufe eine Passung zwischen Kind und Aufgabe, die aber nicht einfach nach der Größe des Zahlenraums oder aber der Anzahl an Lösungsschritten bemessen werden kann. Letztlich kann eine Passung nur vom aktiv-entdeckenden Kind hergestellt werden, wenn es sich eben mit produktiven Lernumgebungen auseinandersetzt. Daher warnt Selter (2006, S. 143) zu Recht: »Es wäre fatal, wenn es so zu einem Rückfall in längst überwunden geglaubte Formen des reproduktiven Lernens und des verfrühten Mechanisierens kommen würde.«

b *Abteilungsunterricht:* Im Grunde wird bei dieser Unterrichtsorganisation mit zwei getrennten Lerngruppen innerhalb eines Klassenzimmers gearbeitet. Somit können auf unterschiedliche Weise Gruppen gebildet und zielgerichtet unterrichtet werden, z.B.

- Gruppen mit *ähnlichen Lernbedürfnissen und -voraussetzungen,* die zeitweise an einer Problemstellung zusammenarbeiten, die Voraussetzung für weitere Erkundungen sind,
- Gruppen mit *ähnlichen Lerninteressen,* die zeitweise an einem Inhaltsbereich arbeiten und diesen im Sinne eines Referates oder Arbeitsangebotes darstellen (vgl. Sundermann u. Selter, 2006).

Allerdings besteht im jahrgangsgemischten Unterricht das Problem, dass mehrere Gruppen zeitgleich mit unterschiedlichen Aufgabenstellungen konfrontiert sind, so dass der Austausch zwischen den Gruppen und eine Reflexion mit der gesamten Lerngruppe erschwert wird bzw. kommunikative Formen des Diskurses nur begrenzt und eher informell stattfinden. Die Forderung nach Individualisierung vernachlässigt womöglich kooperativ-kommunikative Phasen des Mit- und Voneinanderlernens, indem kindliche Lernprozesse isoliert werden. Damit aber individuelle Lernprozesse eine zusätzliche und erweiternde Perspektive erfahren, benötigen die Kinder die (auch von der Lehrkraft moderierte) Interaktion mit anderen Individuen. In diesem Sinne dienen gemeinsame Plenumsphasen der Strukturierung und Verknüpfung unterschiedlicher Ideen.

c *Gemeinsamer Unterricht:* Dieses Konzept zielt darauf, dass alle Kinder an einem gemeinsamen mathematischen Aufgabenkontext arbeiten. Bezeichnend ist eine Dualität von eigenverantwortlich-individuellem Lernen und kooperativ-kommunikativem Lernen, die Weichen für den Aufbau eines grundlegenden mathematischen Verständnisses stellt. Inhaltlich steht im Zentrum des gemeinsamen jahrgangsgemischten Unterrichts das »Wesen der Mathematik«, der Bereich »Muster und Strukturen« (Wittmann u. Müller, 2007, S. 42). In der Auseinandersetzung mit mathematischen Mustern und Strukturen bieten sich unterschiedliche Zugänge und Niveaus auf natürliche Weise und eben nicht allein durch Aufgaben für unterschiedliche Rechenfertigkeiten oder Zahlenräume (vgl. Wittmann, 2003). Prozessbezogene Kompetenzen (wie kommunizieren, darstellen und argumentieren) können zugleich im Zuge der *Koordination gemeinsamer Arbeit* gefördert werden (vgl. Walther, Selter u. Neubrand, 2007).

Indem ein Zwei-Jahres-Curriculum aufgespannt wird, das die wesentlichen inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen umfasst und *parallelisiert* organisiert, können im Sinne des operativen Prinzips und des Spiralprinzips *offene* und *ganzheitlich-analoge Aufgabenkontexte* angeboten werden, die den produktiven Austausch der Kinder untereinander gezielt fordern. Da nicht alle Kinder zur gleichen Zeit einen Lernstoff in Gänze beherrschen, kann eine gemeinsame Annäherung bei dem einen Kind eine Orientierung und erste Verortung darstellen, bei dem anderen hingegen eine Vertiefung und Ausdifferenzierung von Erkenntnissen. Gleichwohl muss davor gewarnt werden, den gesamten Mathematikunterricht gemeinsam zu strukturieren. Um gemeinsame Aktivitäten auf unterschiedlichen Ebenen erfolgreich und im Hinblick auf die Erkundung mathematischer Beziehungen in benachbarten Zahlenräumen für alle Kinder anregend zu initiieren, können je nach Inhalt auch individualisierte Aktivitäten an einer grundlegenden Aufgabe in einem begrenzten Zahlenraum notwendig sein (vgl. Rathgeb-Schnierer u. Rechtsteiner-Merz, 2010).

Aufgabe zur Bearbeitung

Der Aufbau eines Curriculums mit gemeinsamen Unterrichtsphasen stellt hohe Anforderungen – ordnen Sie im Kreis Ihres Kollegiums konkrete Aufgabenbeispiele dahingehend, ob sich diese für einen gemeinsamen jahrgangsgemischten Mathematikunterricht eignen, und stellen Sie Kriterien auf, die eine Anpassung der Aufgaben erfordern.

2 Die Rolle der Lehrkraft im gemeinsamen jahrgangsgemischten Mathematikunterricht

Die Gestaltung des jahrgangsgemischten Mathematikunterrichts stellt Lehrkräfte vor veränderte Herausforderungen, denn je nach Inhalt sind verschiedene Formen des gemeinsamen oder individualisierten bzw. nach Abteilungen gegliederten Unterrichts zu praktizieren. Im Folgenden werden drei konzeptionelle Überlegungen zur Gestaltung des gemeinsamen jahrgangsgemischten Mathematikunterrichts angeführt, der in besonderer Weise die Chancen und Möglichkeiten der Jahrgangsmischung mittels eines *parallelisierten* und auf Partnerarbeit ausgerichteten Unterrichts nutzt:

1 *aktiv-entdeckendes und sozial-kommunikatives Mathematiklernen:* Über ganzheitliche Themen und problemhaltige Zusammenhänge werden Kinder zu Denkaktivitäten und Eigenkonstruktionen angeregt. Individuelles Lernen ist hierbei stets verknüpft mit kommunikativen und auch kooperativen Lernprozessen, die Prozesse der Aushandlung von Deutungen und des Wechsels mathematischer Perspektiven anregen. Gerade der sozialen Komponente der Begegnung unterschiedlich denkender Kinder kommt eine bedeutsame Funktion zu: Gemeinsames Kommunizieren und strittiges Argumentieren über Mathematik gewinnt dadurch an Bedeutung,

dass Kinder unterschiedliche Ideen produzieren und diese austauschen. Es erscheint paradox: Aber die Vielfalt mathematischen Denkens erfordert nicht, dass die Kinder stärker voneinander getrennte Aufgaben oder Themen bearbeiten und die Lehrkraft damit scheinbar eine Passung zwischen Kind und Mathematik vor-organisiert. Vielmehr ist es wichtig, die unterschiedlichen Ideen der Kinder zu einem mathematischen Themenfeld, Begriff oder auch einer Aufgabe zu verknüpfen und somit neue Zugänge zu einem tragfähigen Mathematikverständnis zu ermöglichen.

2 *beziehungsreiches mathematisches Wissen:* Im Zentrum der gemeinsamen Lernaktivitäten steht weniger die Übung spezifischer Verfahrensregeln, deren zunehmende Geläufigkeit sich auch als Folge der sich entwickelnden Einsichten in mathematische Strukturen ergibt. Es geht vielmehr auch und vor allem (aber natürlich nicht ausschließlich) darum, dass die Kinder im diskursiven Kontext mathematische Strukturen und Muster kennenlernen und Begriffe als Beziehungen verstehen lernen.

3 *Diskurse über benachbarte Einschulungsjahrgänge hinweg:* Um alle Kinder in einer jahrgangsgemischten Lerngruppe herauszufordern, bedarf es einer Erweiterung der bestehenden offenen Aufgaben und substantiellen Aufgabenformate (vgl. z. B. Wittmann u. Müller, 1990). Schuljahresübergreifende thematische Module bieten einen fachlichen Rahmen für den Austausch im Spannungsfeld zwischen *antizipierender Vorausschau* und *reflexiver Betrachtung* mathematischer Strukturen. Somit geht der Diskurs über eine rein lineare Beziehung im Sinne eines Helfersystems hinaus. Mit anderen Worten, die Aushandlung der Kinder zielt weniger darauf, dass das eine Kind dem anderen Rechenschemata für Standardaufgaben beibringt. Es geht um fundamentale Lernprozesse, die auch im Diskurs über benachbarte Einschulungsjahrgänge hinweg initiiert werden können und die den Aufbau beziehungsreichen mathematischen Wissens fördern.

2.1 Organisation von parallelisierten Lernprozessen

Mathematische Inhalte sind im Curriculum hierarchisch aufgebaut und spiralig miteinander verbunden. Eine Verknüpfung der Inhalte zu Modulen erfordert eine ganzheitliche Auseinandersetzung mit analogen mathematischen Ideen, zentralen Aufgabenformaten, wenigen grundlegenden und fortsetzbaren Darstellungsformen und Arbeitsmaterialien – z. B. Zahl- und Operationsbeziehungen im Zahlenraum bis 20 und bis 100, Lösungswege in unterschiedlich komplexen Rechenoperationen, produktive Übungsformate, Zahldarstellungen am 20er- und 100er-Feld, Operationsdarstellungen am Rechenstrich. Die vielfache Sorge, dass manche Kinder über-, andere wiederum unterfordert werden, besteht gerade dann nicht, wenn die Module an den Strukturmerkmalen des Faches parallelisiert sind (vgl. hierzu ausführlich Nührenbörger u. Pust, 2006, S. 24 ff). Für den Bereich der Arithmetik wären dies etwa

- zentrale Zahlvorstellungen und -beziehungen (Zahlreihe und Zehnersystem),
- grundlegende Operationsvorstellungen und -beziehungen (unterschiedliche Rechenoperationen und -vorteile) und schließlich damit verbunden
- elementare Gesetzmäßigkeiten und Muster (vgl. Wittmann, 1995).

Das Angebot einer thematisch-integrierenden Ganzheit bedeutet keine Gleichbehandlung aller Kinder. Sie können und müssen sich niemals zur gleichen Zeit, auf gleiche

Weise und auf gleichem Niveau mit den angebotenen Lernumgebungen auseinander setzen. Vielmehr durchlaufen sie auf unterschiedlichen Niveaus die Phasen des Orientierens und Einführens sowie des Übens, Vertiefens und Erweiterns. Die modulare Verknüpfung macht es beispielsweise jahrgangsälteren Kindern möglich, immer wieder die grundlegenden mathematischen Ideen zu durchdringen, ohne sich ausschließlich auf höhere Ebenen zu stützen.

Mit dem Begriff »Parallelisierung« ist somit nicht allein das temporäre Gleichschalten analoger Themen aus dem 1. und 2. Schuljahr zu einer Ganzheit gemeint. Um die sich vom Fach Mathematik her ergebende Spannung zwischen vorausschauendem und vertiefendem Denken zu beleben, sind Begegnungen zwischen Kindern aus unterschiedlichen Jahrgängen zu initiieren, die analoge mathematische Strukturen als inhaltlichen Kern haben. Analoge Strukturen umfassen Beziehungen zwischen Zahlen und Operationen, die zwar in unterschiedlichen Objekten und Aufgaben auftreten, aber auf ähnliche Weise wirken (vgl. Polya, 1967). Im Hinblick auf eine Zwei-Jahres-Verteilung der Lerninhalte wäre also dringend davon abzuraten, eine möglichst große Zahl an verschiedenen Aufgaben und Themen bearbeiten zu wollen. Viel ertragreicher und wertvoller erscheint die Konzentration auf wesentliche Aufgabensysteme, die ausführlich und mit unterschiedlichen Fragestellungen in jedem Jahr behandelt werden können. Dies setzt bei aller geforderten inhaltlichen Offenheit von Lernumgebungen die Integration einer systematischen Betrachtung von analogen Zahl- und Operationsbeziehungen voraus (vgl. Rathgeb-Schnierer u. Rechtsteiner-Merz, 2010).

Kurzum, die benannten fachlichen Chancen sind das Ergebnis einer fortlaufenden professionellen Beobachtung, Diagnose und bewussten Gestaltung von Lernumgebungen und -prozessen durch die Lehrperson.

2.2 Moderation von gemeinsamen Lerngesprächen

Erkundungsgespräche einzelner Kinder

Bei der Moderation der Lernprozesse sollten Lehrkräfte »ein Bündel von Kenntnissen, Fähigkeiten, Einstellungen/Haltungen und Routinen« besitzen (Krauthausen u. Scherer, 2010, S. 7). Das Augenmerk sollte darauf gerichtet sein, die Kinder anzuregen, mathematische Beziehungen zu entdecken, zu beschreiben und näher zu begründen bzw. mit Bezug auf Äußerungen eines Mitschülers zu erklären.[8] Gerade die Anregung zur dialogischen Vertiefung mit Blick auf den anderen Standpunkt des Partners ist zentral, um Prozesse der *reflexiven Betrachtung* und *antizipierenden Vorausschau* zu initiieren. Denn nicht alle Lerndialoge zwischen Kindern verlaufen so erfolgreich von selbst wie im Beispiel zwischen erwin und SÖNKE. Vielfach besteht gerade in der Arbeitsphase das Problem, dass Kinder lediglich Ähnlichkeiten zwischen Zahlen wahrnehmen, ohne strukturelle Bedeutungen zu verstehen und zum Gegenstand ihres Gesprächs zu machen.

Zudem ist die Lehrkraft gerade im jahrgangsgemischten Unterricht angehalten, das Gespräch mit allen Kindern – unabhängig von ihrem Einschulungsalter – zu suchen und gemeinsame Lernprozesse mit zu koordinieren. Ansonsten kann die Partnerarbeit dazu führen, dass jahrgangsältere Kinder die Unterrichtsgespräche dominieren und jahrgangsjüngere Kinder still werden (vgl. Nührenbörger, 2007).

[8] Vgl. hierzu auch die Handreichung des Programms *SINUS an Grundschulen:* Krummheuer, 2010.

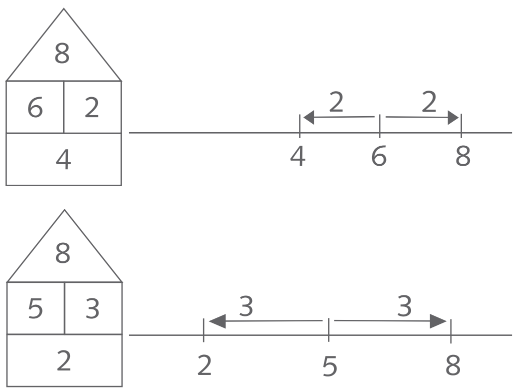
Während der Arbeitsphase bewegt sich die Lehrkraft also im Spannungsfeld zwischen Zurückhaltung und Anregung. Kurz gesagt: Es gilt, Denkprozesse der Kinder nicht zu unterbrechen, sondern fortzuführen, Kinder auf mathematische Strukturen aufmerksam zu machen und zum Fragen zu ermutigen, den Diskurs mit den in Partnerarbeit agierenden Kindern aufrecht zu erhalten und auch zu erweitern bzw. zu vertiefen.

Reflexionsgespräche aller Kinder
Eine besondere Rolle im Unterricht spielt die so genannte Reflexionsphase mit der gesamten Lerngruppe. Weniger der *Vergleich* von Lösungen als vielmehr *Anregungen zur Vertiefung, Vernetzung und Begründung* bieten den Kindern Einblicke in neue mathematische Zusammenhänge, die über die Erkenntnisse während der Arbeitsphase hinausgehen.
Methodisch bietet es sich an, dass Kinder, wenn sie zu zweit während der Arbeitsphase gearbeitet haben, auch zu zweit ihre Erkenntnisse vorstellen können. Beispielsweise nennt das eine Kind die Ergebnisse, während das andere die mathematischen Beziehungen erläutert. Ferner kann die Lehrkraft irritierende und provokante mathematische Ideen einbringen, die Kinder zum Argumentieren herausfordern.

Aufgabe zur Bearbeitung
Nehmen Sie sich die Zeit, im Kollegium eine Unterrichtsszene zu erörtern und festzuhalten, welche Möglichkeiten der Hinführung in ein parallelisiertes Aufgabenformat, welche Formen der Reflexion mit allen Kindern und welche Fragen zur Begleitung einer Partnerarbeit denkbar sind, die alle Kinder ansprechen, zum Argumentieren herausfordern und zugleich im Denken nicht einschränken.

3 Beispiel für ein gemeinsames Aufgabenformat

3.1 Stofflicher Hintergrund zum Aufgabenformat Rechenhäuser

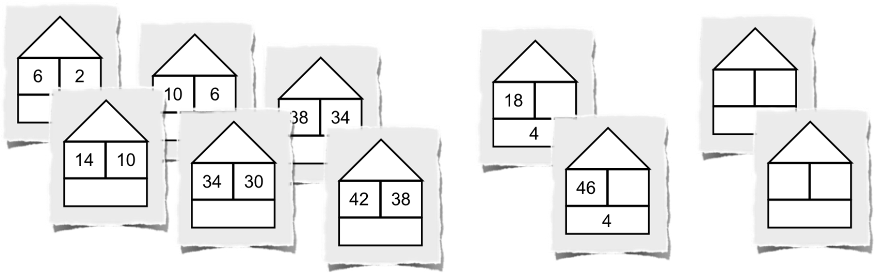


Rechenhäuser erweitern das den Kindern bekannte Aufgabenformat *Zahlenhäuser* (s. Kapitel 1) um die Subtraktion. Während es bei Zahlenhäusern vor allem darum geht, mögliche additive Zerlegungen (später können auch multiplikative gefunden werden) zu einer Dachzahl zu finden und aufeinander zu beziehen, lassen sich hingegen unterschiedliche Rechenhäuser zu einer Dachzahl konstruieren, die sich nicht allein in den Zerlegungen, sondern auch anhand der Kellerzahlen unterscheiden. Im Keller wird die Differenz der Zimmerzahlen durch Abziehen oder Ergänzen ermittelt. Um eine Kollision mit der gängigen Notation der Subtraktion zu vermeiden, kann die Regel mit den Kindern vereinbart werden, dass die linke Zimmerzahl nicht kleiner als die rechte sein darf (vgl. Nührenbörger u. Schwarzkopf, 2010).

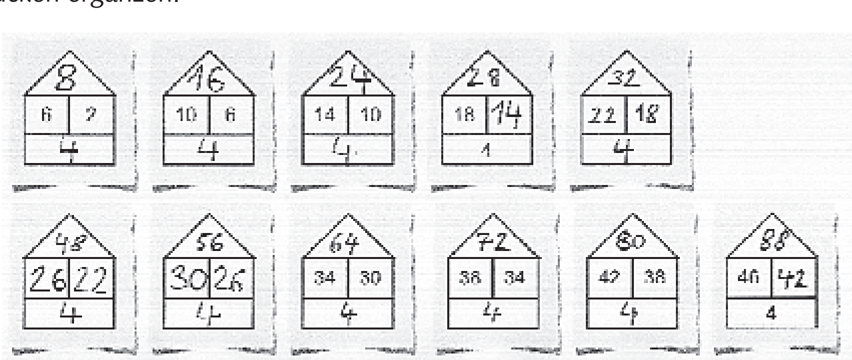
Aufgabe zur Bearbeitung
Versuchen Sie, am Beispiel der Rechenhäuser und Zahlenhäuser mit den Dachzahlen 7, 8 und 9 jeweils alle möglichen Häuser zu finden. Erkunden und begründen Sie die Zusammenhänge zwischen der Anzahl an möglichen Zerlegungen für ein Zahlenhaus und der Anzahl an Rechenhäusern.

3.2 Unterrichtliche Anregungen zu Rechenhäusern

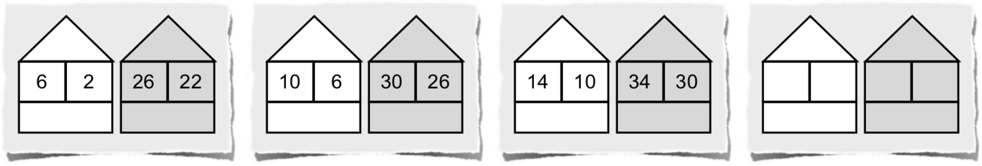
Hinführungen: Wie bei jedem substantiellen Aufgabenformat bietet es sich zu Beginn der Unterrichtsetappen an, die Regeln anhand einzelner Beispiele zu klären: Alle Kinder erhalten die Gelegenheit zu erkennen, dass die Summe der Zimmerzahlen im Dach, die Differenz im Keller und die größere der beiden Zimmerzahlen im linken Feld steht. Die Besonderheit der jahrgangsgemischten Lerngruppe – einige Kinder kennen das Aufgabenformat bereits aus ihrem 1. Schulbesuchsjahr – findet Berücksichtigung, indem jahrgangsältere Kinder (ggf. auch moderierend) eigene Aufgabenbeispiele einbringen und ihre früheren Erinnerungen aktualisieren können.
Individuelle Erkundungen: Während der ersten Arbeitsphase werden die Regeln zur Produktion von Rechenhäusern vertieft: Beispielsweise könnten Kinder aus vorgegebenen (hier auch strukturierten) Rechenhäusern, die auf einzelnen Karten stehen, einzelne auswählen und berechnen sowie ggf. abschließend auch anordnen. Das Angebot, eigene Rechenhäuser als Eigenproduktionen zu entwerfen, öffnet die Aufgabenstellung.



Parallelisierung: Beziehungen zwischen Zahl- und Rechenoperationen im kleinen und größeren Zahlenraum werden dadurch thematisiert, dass die Aufgaben auch strukturelle Analogien enthalten. Beispielsweise könnten Kinder nach einer Phase der Einzelarbeit die gelösten Karten miteinander vergleichen und sortieren sowie gemeinsam um die Lücken ergänzen.



Eine weitere Möglichkeit wäre, den Kindern Häuserpaare anzubieten, die abschließend sortiert werden würden: Der Auftrag wäre, zunächst ein Haus zu berechnen und anschließend – in Einzel- oder Partnerarbeit – die Bezüge zum Nachbarhaus herzustellen (z.B. Kannst du, ohne viel zu rechnen, sagen, was im anderen Haus steht?) sowie weitere Häuserpaare zu erstellen.

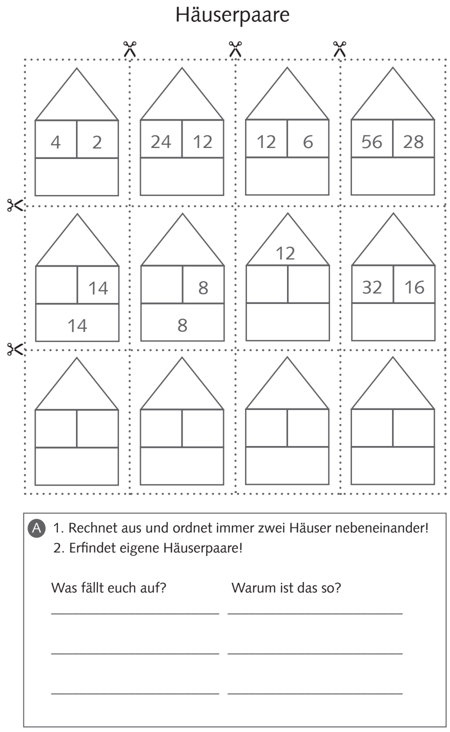


Gegenstand der *Reflexion* können somit unterschiedliche mathematische Aspekte sein, die von den Kindern – entsprechend dem Prinzip der natürlichen Differenzierung – auf unterschiedliche Weise und Tiefe in den Blick genommen worden sind:

1 Lösungswege und Eigenproduktionen (z. B. im Sinne von »Rätselhäusern«: Ein Kind nennt zwei Zahlen der Eigenproduktion, die anderen Kinder finden die restlichen),
2 Beziehungen zwischen Zahlen und Operationen (z. B. die Kellerzahl bleibt gleich, da die Differenz der Zimmerzahlen gleich bleibt – die Dachzahlen erhöhen sich um 8, da beide Zimmerzahlen um jeweils 4 größer werden),
3 Einsichten in Analogien, die zwischen den beiden Zeilen bzw. Häuserpaaren bestehen (z. B. die Einerstellen sind gleich, da die Zimmerzahlen stets 2 Zehner größer und somit die Dachzahlen 4 Zehner größer werden). Gerade diese Analogien bieten die Möglichkeit (aber eben auch nicht die Garantie), dass das Spannungsfeld zwischen Vor- und Rückschau produktive Lernprozesse initiiert.

Strukturell analoge Aufgaben: Analoge Aufgabenstellungen dienen der konzentrierten Kommunikation über mathematische Beziehungen. So kann nicht davon ausgegangen werden, dass in den Vorstellungen der Kinder die analogen Strukturen offensichtlich sind. Mit Blick auf den Zahlenraum weist etwa Lorenz (1998, S. 153) darauf hin: »Den Kindern erscheinen die Zahlen zwar als fortlaufendes Band schön seriell angeordnet, dass aber die Struktur im Raum 41–50 ähnlich ist wie in 71–80 und von 1–10 her schon ›bekannt‹ sein sollte, ist keineswegs klar.« Diese fundamentalen Beziehungen werden für das Lernen der Mathematik gerade dann wirksam, wenn Aufgaben nicht auf das Rechnen reduziert werden, sondern zum Deuten unterschiedlicher Beziehungen genutzt werden. Kurzum: Analoge Aufgaben regen die Kinder an, mathematische Zusammenhänge und Beziehungen zu entdecken, zu verstehen und produktiv zu nutzen.
Ein konstruktiver Rahmen, der die mathematischen Fachgespräche zwischen Kindern möglichst am Leben erhält, kann ein »strukturanalog aufgebautes Lernheft« oder ein »Rechenduett« sein (vgl. Nührenbörger u. Pust, 2006). Während ein Lernheft vor allem auf den »autonomen Dialog« des Kindes mit sich selbst abzielt, fordert das Rechenduett explizit zum »bildenden Dialog« mit dem Partner heraus: Kennzeichnend dafür ist, dass Kinder aus benachbarten Einschulungsjahrgängen analoge Aufgabenstellungen zunächst einzeln bearbeiten und anschließend die Erkenntnisse und die sich aus der Analogie ergebenen Beziehungen in einen Zusammenhang setzen und erörtern.
Das Beispiel Häuserpaare (vgl. Abbildung nächste Seite) bietet hierzu die Gelegenheit, dass zunächst einzelne Häuser isoliert voneinander berechnet und anschließend passende Paare gesucht werden. Der Blick der Kinder wird somit auf ähnliche Rechenhäu-

ser fokussiert. Erst die Begründung der Passung und eine damit verbundene Darstellung fordert dazu heraus, über die Betrachtung hinaus die genutzten mathematischen Beziehungen argumentativ zu erörtern. Hier hat es sich bewährt, im Sinne der Mehrdeutigkeit unterschiedliche Passungen zu ermöglichen, damit in einer gemeinsamen Klassenreflexion die verschiedenen Passungen aufeinander bezogen werden können (s. Aufgabenstellung aus Nührenbörger u. Schwarzkopf, 2010).
Fortsetzungen: Erst im Anschluss an die produktive Bearbeitung einzelner Rechenhäuser und deren »Nachbarn« bietet es sich an, Beziehungen zum »Zahlenhaus« herzustellen, die »Umzugsregel« (Wittmann u. Müller, 1990) einzuführen und Häuserreihen (Nührenbörger u. Pust, 2006) zu bearbeiten sowie vertiefende Fragestellungen hierzu aufzugreifen und zu erweitern .



4 Fazit

Die zwei Beispiele zu »Zahlenhäusern« und »Rechenhäusern« zeigen auf, wie unterschiedlich mathematische Lernprozesse und Gespräche zwischen Kindern aus benachbarten Einschulungsjahrgängen initiiert werden können. Deutlich wurde der Fokus des mathematischen Lernens: Es geht um Prozesse der Deutung mathematischer (analoger) Beziehungen, die differenziert in der Vorausschau erfahren und in der Rückschau reflektiert werden können. Thematisiert wurden drei zentrale Charakteristika gemeinsamen Mathematiklernens in jahrgangsgemischten Klassen:

- *analoge problem- und operativ-strukturierte Aufgaben,* die eine Vielfalt an Prozessen der Ausdifferenzierung von Beziehungssystemen erlauben.
- *strukturierte Kooperationsformen,* in der die Lernenden in Partnerarbeit oder Kleingruppen mathematische Beziehungen in den Blick nehmen und zur Konstruktion einer ähnlichen Aufgabenstellung nutzen können.
- *struktur-fokussierende Anregungen,* die auf die Koordination des gemeinsamen Lernens der Kinder und die Begründung mathematischer Analogien zielen..

Allerdings kann auch im jahrgangsgemischten Unterricht eine sorgfältig ausgefeilte Planung des Unterrichts mit entsprechenden Aufgabenformaten keine Lernprozesse garantieren, denn die Um- und Neudeutung mathematischer Strukturen wird erst *im* Unterrichtsgeschehen realisiert. Kurzum: Die Aufgaben machen nicht den jahrgangsgemischten Unterricht aus, sondern der Diskurs im Unterricht gibt den Aufgaben erst eine Bedeutung.

Literaturverzeichnis

Freudenthal, Hans (1978). Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht. München: Belz.

Hanke, Petra (2007). Jahrgangsübergreifender Unterricht in der Grundschule. In: H. de Boer, K.-H. Burk u. F. Heinzel (Hrsg.), Lehren und Lernen in jahrgangsgemischten Klassen (S. 309-324). Hemsbach: Beltz.

Heinzel, Friederike (2007). Altersstufen, Altersmischung und Generationenbeziehungen in der Grundschule – eine Aufforderung zu einem anderen Blick auf »Veränderte Kindheit«. In: K. Burk, H. de Boer u. F. Heinzel (Hrsg.), Leben und Lernen in jahrgangsgemischten Klassen (S. 32-43). Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule.

Krauthausen, Günter u. Scherer, Petra (2010). Umgang mit Heterogenität. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule. Kiel: IPN. Handreichung des Programms *SINUS an Grundschulen* (http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Krauthausen-Scherer.pdf).

Krummheuer, G. (2010). Wie begründen Kinder im Mathematikunterricht der Grundschule? Kiel: IPN. Handreichung des Programms *SINUS an Grundschulen.* (http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Mathe_Krummheuer.pdf).

Kucharz, Diemut u. Wagener, Matthea (2007). Jahrgangsübergreifendes Lernen. Eine empirische Studie zu Lernen, Leistung und Interaktion von Kindern in der Schuleingangsphase. Baltmannsweiler: Schneider.

Lorenz, Jens Holger (1998). Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht. Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung. Göttingen: Hogrefe.

Nührenbörger, Marcus (2007). Mathematik lehren in jahrgangsgemischten Klassen. Grundschulunterricht, 54(7-8), S. 18-23.

Nührenbörger, Marcus u. Pust, Sylke (2006). Mit Unterschieden rechnen. Lernumgebungen und Materialien im differenzierten Anfangsunterricht Mathematik. Seelze: Kallmeyer.

Nührenbörger, Marcus u. Schwarzkopf, Ralph (2010). Diskurse über mathematische Zusammenhänge. In: C. Böttinger, K. Bräuning, M. Nührenbörger, R. Schwarzkopf u. E. Söbbeke (Hrsg.), Mathematik im Denken der Kinder. Anregungen zur mathematikdidaktischen Reflexion (S. 169-215). Seelze: Klett-Kallmeyer.

Nührenbörger, Marcus u. Verboom, Lilo (2005). Eigenständiges Lernen – Gemeinsames Lernen (Modul G 8). Kiel: IPN. Modulbeschreibung des Programms SINUS-Transfer Grundschule (http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_STG/Mathe-Module/M8.pdf).

Polya, George (1967). Vom Lösen mathematischer Aufgaben. Einsicht und Entdeckung, Lernen und Lehren. Band II. Basel: Birkhäuser Verlag.

Rathgeb-Schnierer, Elisabeth u. Rechtsteiner-Merz, Charlotte (2010). Mathematiklernen in der jahrgangsübergreifenden Eingangsstufe. Gemeinsam, aber nicht im Gleichschritt. München: Oldenbourg

Selter, Christoph (2006). Mathematik lernen in heterogenen Lerngruppen. In: P. Hanke (Hrsg.), Grundschule in Entwicklung. Herausforderungen und Perspektiven für die Grundschule heute (S. 218-144). Münster: Waxmann.

Steinbring, Heinz (1993). Die Konstruktion mathematischen Wissens im Unterricht. Journal für Mathematik-Didaktik, 14(2), S. 113-145.

Steinbring, Heinz u. Nührenbörger, Marcus (2010). Mathematisches Wissen als Gegenstand von Lehr-/Lerninteraktionen. In: U. Dausendschön-Gay, C. Domke u. S. Ohlhus (Hrsg.), Wissen in (Inter-)Aktion. (S. 161–188). Berlin: De Gruyter.

Sundermann, Beate u. Selter, Christpoph (2006). Beurteilen und fördern im Mathematikunterricht. Berlin: CVK.

Vygotsky, Lew (1969). Denken und Sprechen. Frankfurt am Main: Fischer.

Walther, Gerd, Selter, Christoph u. Neubrand, Johanna (2007). Die Bildungsstandards Mathematik. In: G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer u. O. Köller (Hrsg.), Bildungsstandards für die Grundschule (S. 16-41). Berlin: Cornelsen.

Wittmann, Erich (1995). Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Arithmetikunterricht. In: G. N. Müller u. E. Wittmann (Hrsg.), Mit Kindern rechnen (S. 10-42). Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule.

Wittmann, Erich (2003). Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach für den Mathematikunterricht der Grundschule? In: M. Baum u. H. Wielpütz (Hrsg.), Mathematik in der Grundschule (S. 18-46). Velber: Kallmeyer.

Wittmann, Erich u. Müller, Gerhard (1990). Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart: Klett.

Wittmann, Erich u. Müller, Gerhard (2007). Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In: G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer u. O. Köller (Hrsg.), Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret (S. 42-65). Berlin: Cornelsen.

Anhang

Einbettung der Szene »Zahlenhäuser« in den Lernprozess über zwei Jahre

Im Folgenden wird die im Modul diskutierte Szene von SÖNKE und erwin auf zweierlei Weise ergänzt:

1 Zunächst wird sie in die *weitere Entwicklung der Unterrichtsstunde* eingebettet. Die zwei Schüler beenden ihren Arbeitsprozess, als die Lehrkraft hinzukommt. Es schließt sich eine kurzes Gespräch über das Zahlenhaus an. Anschließend beginnen die Schüler das Zahlenhaus 14. Leserinnen und Leser seien hier angeregt, in einer gemeinsamen Analyse mit dem Kollegium zu überdenken, wie zum einen die beiden Schüler weiterhin Erkenntnisse über mathematische Beziehungen im Spannungsfeld »Vorausschau-Rückschau« entwickeln. Zum anderen kann die Rolle der Lehrkraft in den Blick genommen werden, denn das Gespräch der Schüler wird auf den Aufbau der Zahlzerlegungen gelenkt.

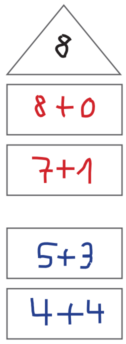
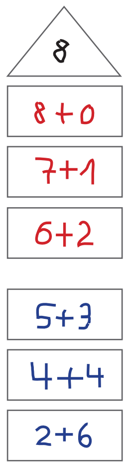
2 Anschließend wird die gesamte Szene mit einer *analogen Unterrichtsszene aus dem Schuljahr zuvor* gespiegelt, in der sönke als jahrgangsjüngerer Schüler mit seinem jahrgangsälteren Partner KLAUS die Zahlenhäuser 8 und 14 konstruiert. Leserinnen und Leser seien hierbei angeregt, die Interaktionsprozesse zwischen KLAUS und sönke mit denen zwischen SÖNKE und erwin zu vergleichen. Zudem bietet es sich an zu erkunden, wie sich das mathematische Wissen über Zahlbeziehungen im Kontext der Aufgabe Zahlenhäuser bei Sönke entwickelt. Zu guter Letzt sei auf die Rolle der Lehrkraft im Diskurs mit den beiden Schülern in den jeweiligen Szenen hingewiesen: Die Lehrkraft agiert auf unterschiedliche Weise und erzeugt dadurch auch sich verändernde Gespräche zwischen den Kindern.

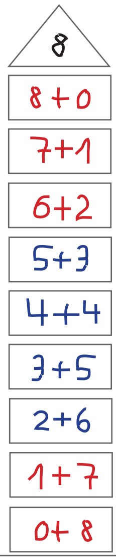
Analysen zur Szene finden sich u. a. in Steinbring und Nührenbörger (2010).

1 Gesamttranskript zur Konstruktion von Zahlenhäusern: SÖNKE und erwin

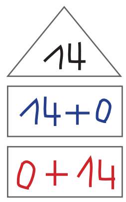
Diese Szene stellt die Bearbeitung der Aufgabenstellung in dem Jahr dar, als SÖNKE als jahrgangsälterer Schüler mit seinem jahrgangsjüngeren Partner erwin zusammen am Zahlenhaus 8 arbeitet.

1	S	Wer fängt an, du ähm? Acht plus null
2	e	Nee, ich mach füüünf *(notiert »5«)*
3	S	Kannst auch was anderes machen.
4	e	plus, fünf plus (. .) drei *(notiert »+3«)*
5	S	Fünf plus drei *(schiebt den Streifen unter die Dachzahl, lässt dabei eine Lücke)*. Acht
6	e	Acht plus null kann man auch machen.
7	S	Acht plus null *(notiert »8+0«)*. So, das ist dann die <u>erste</u> Aufgabe *(schiebt 8+0 direkt unter die Dachzahl)*. Deine ist irgendwo hier *(schiebt 5+3 etwas nach unten)*. Jetzt bist du wieder dran (.) Mach irgendeine, die ich wir hier noch nicht stehen. Kannst auch vier plus vier machen, welche du willst.

8	e	Aha, vier plus vier. *(notiert »4+4«)*	
9	S	Ähm (.) fünf plus drei, dann kommt da drunter vier plus vier *(legt »4+4« unter 5+3)*. Äh da drüber *(zeigt oberhalb von 5+3)* Sieben *(notiert »7+1«)* eins. *(legt den Streifen unter 8+0)*. Und zwar, ich muss mal kurz rechnen	
10	e	Äh, mir fällt # keine Aufgabe mehr ein.	
11	S	Sechs plus zwei *(leise, tippt unter 7+1)*. Da, da kommt noch eine hin *(zeigt auf die Lücke zwischen 7+1 und 5+3)*	
12	e	Ich bin (notiert »2+6«)	
13	S	Zwei plus sechs. Die Verdopplungsaufgabe, die hier hin gehörte *(zeigt auf die Lücke zwischen 7+1 und 5+3)*. Das ist gut *(legt die Aufgabe mit etwas Abstand unter 4+4)*.	
14	e	Bin ich jetzt dran?	
15	S	Nee, jetzt bin ich eigentlich dran.	
16	e	Und danach fällt mir keine Idee mehr ein	
17	S	Doch, es kommen aber noch welche. Ich kann dir ja helfen. Neun Zahlen kommen dahin. Immer eine mehr. Das hat Ben uns letztes Jahr erklärt.	
18	e	Mir fällt keine Zahl mehr ein.	
19	S	*(notiert »6+2«, legt die Aufgabe zwischen 7+1 und 5+3)* Jetzt kommen aber noch, dir müssten aber noch (. .) eins zwei *(tippt zwischen und unter den Aufgaben)* noch noch du eine und ich eine (.) Zahlen oder vielleicht noch äh ich muss mal kurz rechnen. (. .) Nee, noch drei. Noch du eine, ich eine und du eine (.) Welche passt denn hier zwischen *(tippt auf 4+4 und 2+6)*? (. . .) Welche ist denn da zwischen *(tippt auf 6+2 und 4+4)*?	
20	e	(...) Jaa, ich	
21	S	Die Verdopplungsaufgabe davon *(tippt auf 5+3)* passt dazwischen *(tippt zwischen 4+4 und 2+6)*.	
22	e	Einfach das gleiche nur andersrum?	
23	S	Ja	
24	e	Dann weiß ich, ah null plus acht *(notiert »0+8«)*. Ausver, bei mir wird die Acht öfter schief.	
25	S	Ja ähh *(schiebt »8+0« unter die Aufgaben; lässt dabei eine Lücke zu »2+6«)*	
26	e	Ja, der mmm null plus unendlich. *(lacht)*	
27	S	Null plus unendlich. *(lacht)* Jetzt mache ich (. .) welche mach ich?	

28	e	Wenn wir wenn wir hinterher ohne Verdopplungsaufgabe machen, sonst fällt mir keine Idee mehr ein.	
29	S	(. .) Sieben plus (notiert »7+«) oh, nee. *(legt seinen beschriebenen Streifen wieder weg)* Sieben plus eins passt nicht (. .) Eins plus *(notiert »1+7« und ordnet ihn an vorletzter Stelle vor »0+8« ein)* Jetzt müsste dir noch eine einfallen, die dazwischen passt. Also	
30	e	Ja, mir ist eine eingefallen. Fünf *(notiert »3« und schaut kurz zur Aufgabe »5+3«)* plus fünf *(notiert weiter »+5« und schaut zum L.)*.	
31	L	(tritt hinzu und setzt sich an den Tisch)	
32	S	(5 sec.) Mmm *(greift zur Aufgabe von e, lässt sie aber wieder los)* möchtest du die dahin legen?	
33	e	(. .) Ja. (. . .) *(ordnet die Aufgabe zwischen »4+4« und »2+6« ein)*	
34	S	(. .) So, fertig. *(lehnt sich zurück)* (4 sec. Pause) Eins zwei drei vier fünf sechs sieben acht neun *(tippt der Reihe nach auf die Aufgaben)*. Neun. (.) Alle sind da.	
35	L	Ähm erwin, SÖNKE hat jetzt gerade gesagt fertig ähm du hast dazu noch nichts gesagt.	
36	e	Ich weiß nicht, was ich noch sagen soll.	
37	L	Ist das richtig, was SÖNKE gesagt hat oder hast du eine andere Meinung oder hast du noch \`ne Frage dazu?	
38	e	(. .) Ich weiß das alles nicht. (.) Nee. (4 sec.) Hab nix dazu.	
39	L	Also du bist einverstanden, dass ihr fertig seid?	
40	e	Mmh.	
41	S	(. . .) Guck mal (. .) erwin. Null eins zwei drei vier fünf sechs sieben acht null eins zwei drei vier fünf sechs sieben acht *(tippt erst auf die zweiten Summanden von oben nach unten und dann auf die ersten Summanden von unten nach oben)*.	
42	L	Ist dir das schon aufgefallen?	
43	e	Nee. *(lacht)*	
44	L	Ich guck mal grad, wie weit die anderen sind. Ihr könnt schon, wenn ihr wollt, mit der Vierzehn anfangen, es damit zu machen. Aber ich unterbreche euch eventuell zwischendurch, ok? *(geht)*	
45	S	Weißt du, warum ich wollt, dass du eigentlich null plus acht machst? Weil ich eigentlich, nur dann hab ich überlegt, dass wir das dann anders machen. Hast du fünf plus drei gemacht.	
46	e	Ob ich die Vierzehn kann (. .) kann glaub ich nicht. Ich glaub die Vierzehn fallen mir ganz wenig Ideen ein (..) Ich hab nur eine Idee bei der Vierzehn.	
47	S	(. .) Ich helfe dir dann ja.	
48	e	Ich schreib # die erste Idee.	
49	S	# Möchtest du anfangen? Ööh (.) wieso also du musst doch zwei wissen, vierzehn plus null und null plus vierzehn das sind die ein, das sind die besten Ideen, die man weiß oder die man hat.	

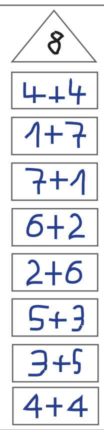
50	e	Es gibt jetzt vier beste Ideen. Einmal null plus vierzehn, vierzehn plus null und (. . .) dreizehn plus eins und drei und eins plus dreizehn. (. . .) Stimmt immer
51	S	Ähm
52	e	Ja, dann schreibe ich (.) eins *(notiert »14+0«)* plus null. Ist dann auch noch wenig.
53	S	*(legt die Aufgabe unter das Dach)* Jetzt wollen wir das mal anders machen, oder?
54	e	Ohne Verdopplungsaufgabe?
55	S	Nee, ich zeig dir jetzt mal wie. Jetzt mache ich (. . .) *(notiert »0«)* nee, das da waren keine Verdopplungsaufgaben, das war der Aufzug *(zeigt auf das Zahlenhaus »8«)* , dies hier sind jetzt Verdopplungsaufgabe *(notiert »+14«)*
56	L	*(ruft in die Klasse)* So, wir machen jetzt eine Unterbrechung, wir müssen mal zusammen besprechen, was ihr heraus gefunden habt.
57	S	So *(legt den Streifen unter die Aufgabe »14+0«)*.

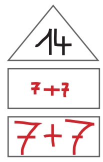
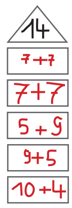


2 Gesamttranskript zur Konstruktion von Zahlenhäusern im Schuljahr zuvor: sönke und KLAUS

Diese Szene stellt die Bearbeitung der Aufgabenstellung im Jahr zuvor dar, als sönke als jahrgangsjüngerer Schüler mit seinem jahrgangsälteren Partner KLAUS zusammen am Zahlenhaus 8 arbeitet.
Hinweis: Es werden bewusst zwei unterschiedliche Schreibweisen von »4+4« und »4+4« benutzt, da die Schüler den Term einmal mit offenen, ein anderes mal mit geschlossenen Vieren notieren.
Als die Szene beginnt, haben die Schüler bereits die Zerlegungen »4+4« (von KLAUS notiert), »1 + 7« (von sönke notiert) und »7+1« (von KLAUS notiert) gefunden.

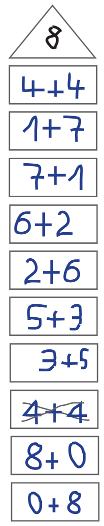
1	K	Schreib sechs plus zwei
2	s	*(schreibt »d+2« auf einen Papierstreifen, der eine Etage des Zahlenhauses darstellen soll)* Das wollte ich auch. Du kannst Gedanken lesen.
3	K	Ähm, was ist das für ein Buchstabe *(zeigt auf die »d«)*?
4	s	Was?
5	K	Was für eine Zahl ist das?
6	s	sechs!
7	K	Sieht ein bisschen komisch aus.
8	s	Wieso?
9	K	Weil, eine sechs wird doch so geschrieben *(deutet mit dem Zeigefinger eine 6 an)*. Mach das noch mal kaputt *(zeigt auf den Papierstreifen)*. Das sieht wie nen d aus.
10	s	*(nimmt einen neuen Streifen, schreibt »6+2« erneut auf und reicht K den Stift)*

11	K	# Genau, jetzt mach, mmm. Ich bin dran *(nimmt einen neuen Papierstreifen)*. Darf ich den *(nimmt den Stift)*? Mmm (schreibt »2+6« auf und gibt s den Stift). Mmm, was kann man noch machen *(nimmt einen neuen Papierstreifen)*?
12	s	Mmm *(fasst kurz an den Streifen)*
13	K	(. . .) Fünf plus drei *(schaut s an)*.
14	s	Ja!
15	K	Schreib fünf plus drei hin.
16	s	Nein.
17	K	Sonst gibt's nichts anderes mehr.
18	s	*(schreibt »5+3«)* Ich muss am Ende sein. Dann sind wir fertig. Dann hat jeder gleich viel. Ich bin.
19	K	Ja? *(nimmt den Stift)*
20	s	Mmh 
21	K	Jetzt bin ich. Jetzt drei *(schreibt »3+5« auf einen neuen Papierstreifen)*. Gibt's noch was? # Mmm, was gibt's noch?
22	s	# *(schiebt einzeln die Streifen ein wenig nach oben)*
23	K	Gar nix mehr, oder? (. . .) Jetzt gibt's gar nichts mehr.
24	s	Weißt du, was ich da einfach hinschreibe?
25	K	Was?
26	s	*(nimmt einen neuen Papierstreifen)* Ich muss noch einmal und dann sind wir fertig. Ich schreib' da # einfach hin
27	K	Warte! (. . .) Mmm!
28	s	vier plus vier.
29	K	Noch mal?
30	s	Ja wir haben ja jede Zahl noch einmal. Nur andersherum.
31	K	Ja.
32	s	vier plus vier ist dann einfach auch andersherum, nur sieht man das nicht. Nee, ich hab ne super Idee. Dieses vier plus vier machen wir so *(schreibt »4+4« auf)*.
33	K	Ah, hehe!
34	s	(. . .) vier plus vier. Dann haben wir alles.
35	K	Jetzt haben wir es fertig. *(nimmt einen roten Stift und rückt das Dach des Zahlenhauses »14« zurecht)*! Warte! Ich fang an wieder, ja?
36	s	Nee, ich möchte anfangen.
37	K	Kann ich anfangen?
38	s	Jetzt ist das auf deinem Platz und dann fang ich an. Eben hattest du angefangen.
39	K	*(nimmt einen Papierstreifen)* Ok.
40	s	Dann bist du am Ende.
		Kurze Pause

41	s	Ja! *(setzt den Stift an und guckt auf das Zahlenhaus »8«)* Wollte nur was gucken. Sieben plus (. . .) *(schreibt »7« auf)*	
42	K	plus	
43	s	Ups! Das sieht aus wie ne Eins.	
44	K	Egal.	
45	s	Plus *(schreibt »+«)*	
46	K	Mach aber bisschen genauer.	
47	s	*(schreibt zu Ende »7«)*	
48	K	Genau! Jetzt bin ich *(nimmt den Stift)*. Warte *(nimmt einen neuen Papierstreifen)*. Jetzt können wir, wir wie hier *(zeigt auf Zahlenhaus »8«)* machen, jetzt können wir auch noch mal eine sieben plus sieben machen, ne? # *(schreibt »7+7« auf)*	
49	s	# Ja.	
50	K	Jetzt, was können wir noch machen? *(schaut s an und nimmt einen neuen Papierstreifen)*	
51	s	Mmm, ähm, fünf	
52	K	neun, neun	
53	s	Plus neun!	
54	K	Fünf plus neun, ja schreib fünf plus neun hin *(nimmt einen neuen Papierstreifen)*. Oder, da haben wir es ja schon *(legt den Papierstreifen wieder zurück)*.	
55	s	So schreibt man eine fünf *(schreibt eine »5« auf)*.	
56	K	Und jetzt plus.	
57	s	*(schreibt ein Pluszeichen)*	
58	K	Plus neun.	
59	s	Warte mal!	
60	K	Mach einen Kreis. Mach einen Kreis.	
61	s	Sönke schreibt eine »9« auf.	
62	K	Genau. Und jetzt *(nimmt den Stift)* bin ich. *(nimmt einen neuen Papierstreifen)* Ich mache jetzt neun plus fünf. *(schreibt »9+5« auf)* Was können wir noch machen? (.) zehn plus vier.	
63	s	Genau! *(L kommt herein)*	
64	K	Mach zehn plus vier. Hier *(reicht S den Stift)*!	
65	s	Zehn plus vier. *(schaut L an)*	
66	K	Das eine haben wir schon fertig gemacht. *(spricht L an und deutet auf Zahlenhaus »8«)*	
67	L	Ok. *(schaut sich die einzelnen Etagen näher an und schiebt diese ein wenig auseinander, er tippt jeweils zwei Streifen gleichzeitig an – er [zählt] diese)*	
68	K	Zehn	
69	s	*(schreibt eine »10« auf)*	
70	K	Plus	
71	s	Plus *(schreibt ein Pluszeichen »+« auf)*	
72	K	Vier.	
73	s	Vier. *(schreibt eine »4« auf)*.	
74	K	Jetzt bin ich. # *(nimmt den Stift und einen neuen Papierstreifen)*	
75	s	# Jetzt.	

76	L	Ähm, bevor ihr mit der vierzehn weitermacht, möchte ich euch noch mal bitten hier *(zeigt auf Zahlenhaus »8«)* noch mal zu gucken, ob ihr eventuell doppelte Aufgaben habt. Die müsstet ihr # herausfischen.
77	K	# Die beiden. *(zeigt auf die beiden Papierstreifen mit »4+4« und »4+4«)*
78	L	Ja.
79	K	Sollen wir. Wie die haben wir das gemacht *(zeigt auf die Papierstreifen mit »6+2« und »2+6«)*. Dürfen wir das nicht. Wie die, oder nicht?
80	L	Das heißt, du hast gedacht, das wäre auch eine Tauschaufgabe? Ja *(zeigt auch auf die Papierstreifen mit »6+2« und »2+6«)*?
81	K	Hat sönke *(zeigt auf S)* zuerst gedacht.
82	L	Ja, das sind ja *(zeigt auf die Papierstreifen mit »6+2« und »2+6« – schaut K an)*, zwar die gleichen Zahlen, aber in einer anderen # Reihenfolge.
83	K	# Ja.
84	L	Insofern sind es andere Aufgaben. Aber die beiden *(zeigt auf die beiden Papierstreifen mit 4 plus 4)* kann man ja nicht unterscheiden, oder?
85	K	Ja, dann tue ich die weg # *(nimmt die untere Karte mit »4+4« weg und legt sie gefaltet zur Seite)*.
86	s	# Aber das sind andere # Vieren *(lässt die Schultern ein wenig fallen)*
87	L	# Genau. Hier *(zeigt auf Zahlenhaus »8«)* fehlen aber jetzt noch welche. Guckt ihr hier mal ob ihr noch eine findet oder zwei oder drei.
88	K	Mmh.
89	L	Weiß ich jetzt nicht, müsst ihr einfach mal gucken.
90	K	Ich, wir machen erstmal nur das *(setzt an, einen neue Aufgabe für das Haus »14« zu schreiben)*.
91	L	Erstmal bitte das eine *(zeigt auf Zahlenhaus »8«)* fertig.
92	K	Mmh.
93	L	Und dann könnt ihr danach damit weitermachen. Ihr habt noch genug Material hier *(geht aus dem Raum heraus)*.
94	K	Was könnte da noch hin.
95	s	*(nimmt Stift)* Ich mach auch was.
96	K	Ja, acht plus null. acht plus null. Ja, acht plus null.
97	s	Ja. *(nimmt einen neuen Papierstreifen)* acht plus null.
98	K	Haben wir ganz vergessen.
99	s	*(schreibt »8+0« auf)* acht plus null
100	K	Jetzt mache ich null plus acht *(nimmt einen neuen Streifen)*. Jetzt sind wir bei dem *(zeigt auf das Haus »14«)*.
101	s	Nein! *(hält den Stift fest)* Wenn du am Ende bist, dann muss ich noch einmal.
102	K	Nein *(nimmt den Stift)*.

103	S	Sonst hast du mehr Mal als ich gemacht, weil du hast ja angefangen *(zeigt auf den obersten Streifen)*. Danach ich
104	K	Da du *(zeigt mit auf den zweiten Streifen)*, ich, du, ich, ich, du, ich, du, ich *(zeigt auf die weiteren Streifen des Hauses »8«)*.
105	S	Und da bist du auch *(zeigt auf den oberen Streifen)* Oh, ok, wenn du es meinst. #
106	K	ich bin ich hier *(zeigt auf Zahlenhaus »14«)* jetzt auch.
107	S	Weil wir vier plus vier einzeln haben. Deswegen.
108	K	Eigentlich bin ich hier, jetzt bin ich hier auch noch mal *(zeigt auf Zahlenhaus »14«)*. Weil du, ich, du, ich, du, ich, du, ich *(zeigt auf die einzelnen Papierstreifen des Zahlenhauses »14«)*. *(schreibt »4+10« auf)*.



Transkriptionsregeln

35	Die einzelnen Wortbeiträge sind durchnummeriert
L	Lehrkraft
P	Paul
J	Jennifer
(.) (..) (...) (15 sec. Pause)	Pause von ca. 1 Sekunde 2 Sekunden 3 Sekunden Länge bei längeren Pausen ist deren Dauer angegeben; z.B.: (15 sec. Pause)
die	Besonders betonte Wörter werden durch Unterstreichung kenntlich gemacht; z. B.: Und dann hab ich die Aufgabe gerechnet.
dreizehn	Besonders lang gezogene Wörter werden durch gestrichelte Unterstreichung kenntlich gemacht
(unverständlich)	Beitrag, bei dem ca. ein Wort völlig unverständlich war.
[bei allen]	Unverständlicher Beitrag in eckigen Klammern, bei dem eine Vermutung über den Inhalt besteht; z.B.: und dass dann [bei allen]
(klappt die Finger einzeln auf)	Handlungen, Ausdruck, Anmerkungen werden in kursiver Schrift wiedergegeben. Hierbei markiert das Satzzeichen die Gleichzeitigkeit von Handlung und Sprechakt; z.B.: P Zuerst hab ich diese Punkte gezählt *(umkreist die obere horizontal verlaufende Punktereihe)*. Danach habe ich...

# Raute	Ein Sprecher fällt dem anderen, ohne vorherige Pause, ins Wort. Gleichzeitig verlaufende Sprechakte oder auch Handlungen werden mit einer Raute »#« markiert; z.B.: P dann hab ich die hier # zusammengenom- men. I # Zeichne das mal ein.
Dreizehn plus vier gleich siebzehn	Zahlwörter und Rechenzeichen werden ausgeschrieben (bei Aufzählungen lediglich bis 20)
?	Durch Intonation oder Satzstellung erkennbare Frage
.	Stimmsenkung, Ende eines Satzes
Mmh Hmhm Hm? Mmm	eindeutige Bejahung eindeutige Verneinung nachfragend überlegend

Die Anordnung der Materialien wird im Transkript bildlich aus der Sicht des gefilmten Kindes dargestellt. Materialveränderungen werden – das Verständnis der Handlung unterstützend – wiederholt eingefügt.

Partner des Programms *SINUS an Grundschulen*

IPN

Programmträger: IPN, Kiel
Projektleitung: Prof. Dr. Olaf Köller
www.ipn.uni-kiel.de

SINUS an Grundschulen
Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

SINUS an Grundschulen
Projektkoordination am IPN: Dr. Claudia Fischer
Tel. +49(0)431/880-3136
cfischer@ipn.uni-kiel.de
www.sinus-an-grundschulen.de

Ministerium
für Bildung und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein

Programmkoordination für die Länder durch das
Ministerium für Bildung und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein (MBK)
Dr. Kai Niemann
www.schleswig-holstein.de/MBK/DE/MBK_node.html

DIPF

Serverbetreuung: Deutsches Institut für Internationale
Pädagogische Forschung (DIPF)
www.dipf.de

ISBN für diese Handreichung
978-3-89088-210-9